

## Capítulo 9.

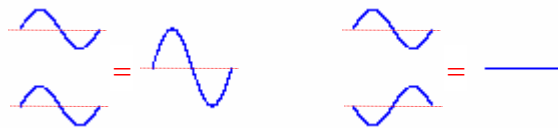
### Interferencia.

**Introducción:** En el [Capítulo 6](#) hemos comenzado el estudio de fenómenos asociados con la superposición de ondas. En este [Capítulo](#) continuaremos profundizando el tema, asociado principalmente con fenómenos de interferencia luminosa (superposición de ondas de luz).

El fenómeno de interferencia resulta simple de analizar en el caso de la superposición de dos ondas armónicas que se propagan en un medio lineal (no-dispersivo). Supongamos dos ondas armónicas, de idéntica frecuencia y longitud de onda, *pero desfasadas entre sí en una cantidad  $\delta$* . Como el medio lo hemos supuesto lineal, la onda resultante de la superposición de ambas ondas se obtiene simplemente sumándolas. El resultado de la suma de dos ondas armónicas, de igual frecuencia, es otra onda armónica, de la misma frecuencia, cuya amplitud depende de la diferencia de fase  $\delta$ , entre las ondas originales.

Para fijar ideas analicemos los casos extremos. Si la diferencia de fase es  $\delta = 0$  o un múltiplo entero de  $2\pi$ , las ondas se hallan en fase y, por consiguiente, la interferencia es constructiva. La amplitud resultante es la suma de las amplitudes individuales (ver [figura 1](#)).

Si la diferencia de fase es  $\delta = \pi$  o un número entero impar de  $\pi$ , las ondas se hallan a contrafase, concuerda la cresta de una con el valle de la otra, y la interferencia es destructiva. La amplitud resultante es la resta de las amplitudes individuales (ver [figura 1](#)).



**Figura 1:** Interferencia constructiva y destructiva, entre dos ondas armónicas.

La diferencia de fase entre las ondas armónicas puede ser debida simplemente a que han recorrido distancias distintas, por lo cual dependiendo del lugar del espacio en donde se analiza la superposición, es posible hallar interferencia constructiva o destructiva.

En fenómenos acústicos, lo anterior se manifiesta como la aparición de zonas del espacio con sonido alto y zonas en donde no se escucha el sonido o resulta muy bajo (sala con mala acústica). En fenómenos luminosos, lo anterior se manifiesta como la aparición de zonas del espacio iluminadas y zonas oscuras (patrones de luz-obscuridad).

En la Naturaleza observamos innumerables ejemplos de sistemas físicos en donde se observa el fenómeno de interferencia (ondas de agua, ondas sonoras, ondas de luz, ondas electromagnéticas, etc.). Todos ellos, constituyen manifestaciones de un fenómeno ondulatorio subyacente. Las diferencias en la amplitud del sonido en una sala con mala acústica, los colores en las pompas de jabón y en las manchas de aceite, son algunos de los ejemplos más comunes de interferencia de ondas sonoras y luminosas respectivamente.

La historia del desarrollo de la teoría física de la luz, ha sido signada por la lucha entre dos modelos distintos, y en principio, incompatibles para la física clásica. Esos dos modelos son el modelo corpuscular (Newton) y el modelo ondulatorio de la luz (Huygens). La observación de fenómenos de interferencia asociados a la luz, fue determinante para el triunfo de la teoría ondulatoria, pero ese no fue el final de la historia.

La aparente incompatibilidad entre una teoría corpuscular y una ondulatoria, desaparece con el advenimiento de la teoría cuántica. Esta teoría resulta a la mayoría de los mortales completamente antiintuitiva, ya que en nuestra vida cotidiana, los fenómenos que distinguen a la teoría cuántica se hallan enmascarados, por lo cual, nuestro mundo “pareciera regirse perfectamente por las leyes de Newton”, o peor, “parece comportarse como Aristóteles pensaba”. No surgió la necesidad de cambiar de teoría hasta el momento en que los científicos comenzaron a estudiar la dinámica de los sistemas moleculares, atómicos, nucleares y subnucleares. Hoy en día, se conocen fenómenos cuánticos a nivel macroscópico (grandes escalas), tales como los fenómenos de superconductividad y superfluidez.

La teoría cuántica introduce un nuevo objeto físico, que no existía en la teoría clásica, la *onda-partícula*, no es ni onda ni partícula sino una manifestación compleja de ambos elementos clásicos. Es más, las ondas y las partículas dejan de ser objetos válidos para describir los fenómenos físicos. Como ejemplo, un electrón, en física clásica, era asociado a una partícula, pero en física cuántica el electrón es una onda-partícula, por lo cual, esta teoría predice que es posible observar fenómenos de interferencia asociados al electrón. El experimento, juez implacable para la física, ha determinado que la cuántica tiene (hasta el momento) la razón, se han observado innumerables experiencias en donde el electrón manifiesta sus características ondulatorias y corpusculares, tales como la aparición de fenómenos de interferencia del electrón-onda consigo mismo.

La luz, no escapa a la descripción cuántica. Según esta teoría, la luz se halla formada por ondas-partículas (o cuantos de luz) llamados fotones. Los fotones se distinguen de otros objetos físicos por el hecho de no tener masa inercial. Luego estudiaremos que por esta razón se mueven a la velocidad de la luz en todos los sistemas de referencia (Teoría de la Relatividad).

Que nosotros no asumamos nuestra propia característica de onda-partícula cuántica, es sólo debido a que la Naturaleza ha elegido un valor para la constante de Planck  $\hbar$  muy pequeño. Si esta constante, fuera varios ordenes de magnitud mayor, diariamente veríamos fenómenos de interferencia asociados con objetos de nuestro tamaño.

Lo expuesto, da una idea de la importancia teórica que representa el estudio de los fenómenos asociados a las ondas, tales como la interferencia.

En cuanto a sus aplicaciones técnicas, el fenómeno de interferencia es utilizado en la medición precisa de longitudes (espesores), para definir el metro patrón y fundamentalmente en la determinación de longitudes de onda luminosa (interferómetros), con lo cual, resulta posible estudiar los espectros de emisión de luz de átomos y moléculas. La determinación del espectro de un átomo, nos brinda información que nos permite lograr una mayor comprensión de su estructura cuántica.

El espectro de emisión caracteriza al átomo, como una huella digital caracteriza a una persona. Analizando el espectro de emisión de luz de un compuesto, resulta posible conocer su composición atómica. En base a esto es posible estudiar, por

ejemplo, la composición de las estrellas a partir del análisis espectral de la luz que nos llega de ellas.

Un ejemplo de aplicación técnica del fenómeno de interferencia, es el de la eliminación de ruidos molestos por medios electrónicos. El sonido molesto es captado por un micrófono, procesado por un instrumento electrónico y reemitido por un parlante con igual amplitud pero desfasado del sonido original, de tal forma de conseguir una interferencia destructiva con éste y reducir su amplitud.

*Los ejercicios recomendados son el 2, 4, 10, 11, 17 y 22 .*

**1. Guía Teórica. Desfasajes entre ondas, en una dimensión.** En esta guía teórica estudiaremos algunas de las posibles razones que determinan la aparición de desfasajes entre dos ondas. Haremos hincapié en el estudio del desfasaje que aparece cuando las ondas recorren caminos distintos (para el caso unidimensional).

Como ejemplo, analizamos nuevamente la situación planteada en el [capítulo 6](#), de dos parlantes emitiendo una misma onda sonora armónica (sonido de un diapasón). Supondremos que los parlantes viven en un espacio unidimensional, esta suposición la hacemos para que la descripción de la onda sea simple, ya que en una dimensión las ondas sólo pueden ser planas. En el espacio tridimensional, las ondas pueden propagarse como ondas planas, esféricas, cilíndricas, etc.. En el caso de un parlante real la descripción de la onda resulta más compleja que en los casos anteriormente enumerados, la onda sale del parlante más intensamente hacia adelante, y con menor intensidad hacia los costados (lóbulo).

Suponemos válido el principio de superposición, lo cual resulta una buena aproximación en el caso de ondas sonoras de baja intensidad. De esta forma, podemos obtener la onda resultante simplemente a partir de sumar las ondas emitidas por cada uno de los parlantes.

Dijimos en la introducción que, al sumar dos ondas armónicas, obtenemos una nueva onda armónica cuya amplitud depende del desfasaje existente entre las ondas originales. El desfasaje entre las ondas puede tener orígenes distintos, aquí comenzaremos por analizar tres de los posibles casos.

*Desfasaje inicial:* Las ondas, emitidas por distintas fuentes, pueden tener una diferencia de fase inicial  $\delta_i$ . En el ejemplo de los parlantes, esa diferencia de fase puede ser debida a pequeños retardos en el circuito electrónico, diferentes para cada parlante.

Como ejemplo, supondremos que los dos parlantes se hallan ubicados en la misma posición, emitiendo una misma onda armónica (onda plana), pero con un pequeño retardo entre la emisión de una onda y la otra. Entonces, las ondas emitidas por cada parlante pueden describirse como,

$$\Psi_1(x,t) = A \operatorname{sen}(kx - \omega t) \quad \text{y} \quad \Psi_2(x,t) = A \operatorname{sen}(kx - \omega(t - t_i)) \quad (1)$$

Note que mientras  $\Psi_1(x,t)$  se anula en  $x=0$  y  $t=0$ ,  $\Psi_2(x,t)$  se anula en  $x=0$  y  $t=t_i$ , es decir, un instante  $t_i$  después.

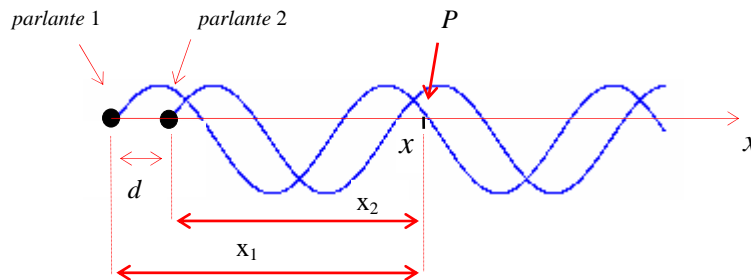
Reescribiendo convenientemente a  $\Psi_2(x,t)$ , podemos obtener el desfasaje inicial entre las ondas,

$$\Psi_2(x,t) = A \operatorname{sen}(kx - \omega t + \omega t_i) = A \operatorname{sen}(kx - \omega t + \delta_i) \quad (2)$$

o sea, las ondas se hallan desfasadas un ángulo  $\delta_i$  (en radianes),

$$\delta_i = \omega t_i \quad (3)$$

Desfasaje por diferencia de camino recorrido: Si los parlantes se hallan ubicados en distintas posiciones, las ondas provenientes de cada uno de ellos, llegan a un determinado punto del espacio desfasadas. La diferencia de fase depende, justamente, de la diferencia de camino recorrido por cada onda (ver **figura 2**).



**Figura 2:** Desfasaje producido, entre dos ondas armónicas, debido a la diferencia de caminos recorridos.

En la **figura 2** se muestra el ejemplo simple en que los parlantes y las ondas se hallan alineados (unidimensional) y distan entre sí una distancia  $d$ .

Hallaremos las funciones de onda, en función de la coordenada  $x$  de un punto  $P$  genérico del espacio (unidimensional), en donde se evalúa la onda.  $x_1$  determina la distancia entre el parlante 1 y el punto  $P$ , mientras que  $x_2$  determina la distancia entre el parlante 2 y ese punto.

Si el sistema de coordenadas lo fijamos en el parlante número 1 y suponemos que no existe desfasaje inicial ( $\delta_i = 0$ ), entonces las ondas emitidas por cada parlante pueden describirse por,

$$\Psi_1(x,t) = A \text{sen}(kx - \omega t) \quad \text{y} \quad \Psi_2(x,t) = A \text{sen}(k(x-d) - \omega t) \quad (4)$$

Note que  $\Psi_1(x,t)$  se anula en  $x=0$  y  $t=0$ ,  $\Psi_2(x,t)$  se anula en  $x=d$  y  $t=0$ .

Si reescribimos convenientemente a la función de onda  $\Psi_2(x,t)$ , obtenemos,

$$\Psi_2(x,t) = A \text{sen}(kx - \omega t - kd) = A \text{sen}(kx - \omega t + \delta) \quad (5)$$

Comparando  $\Psi_1(x,t)$  con  $\Psi_2(x,t)$ , vemos que se hallan desfasadas un ángulo  $\delta$  (en radianes) igual a,

$$\delta = -kd \quad \text{o} \quad \delta = -2\pi \frac{d}{\lambda} \quad (6)$$

En la ecuación **6** comprobamos que el desfasaje se halla relacionado con el cociente entre la diferencia de camino  $d$  y la longitud de onda  $\lambda$ . Este cociente indica la fracción de  $2\pi$  radianes (una vuelta), que se desfasa la onda.

El signo menos cambia a signo más si colocamos el sistema de coordenadas en el parlante 2 en lugar del 1 (verifique). En general podemos reescribir **6** como

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \quad (7)$$

donde hemos definido,

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -d$$

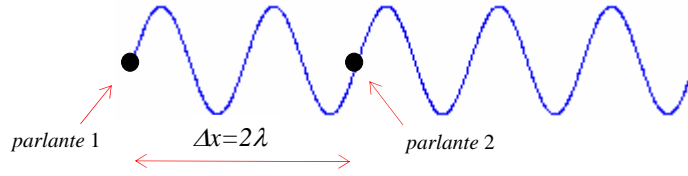
es la diferencia de camino recorrido entre la onda 2 y la otra 1. **Note que  $\Delta x$  no es una distancia sino una diferencia de camino recorrido, por lo cual puede tomar valores positivos y negativos** (por ejemplo, positivos cuando el punto  $P$  está a la izquierda del parlante 1 y negativo cuando está a la derecha del parlante 2).

En el caso extremo en que la diferencia de camino  $\Delta x$  resulta exactamente igual a una longitud de onda, o a un múltiplo (positivo o negativo) de ésta, el desfasaje resulta

nulo o múltiplo de  $2\pi$ , con lo cual las ondas interfieren constructivamente (ver [figura 3](#)), es decir,

$$\text{Si } \Delta x = m\lambda \quad \text{con } m \in \mathbb{Z} \quad \Rightarrow \quad \delta = m2\pi \equiv 0 \quad (8)$$

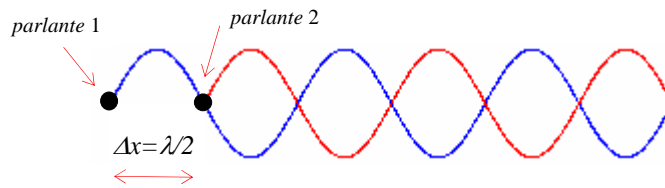
Note que  $m$  toma valores enteros positivos (si  $x_2 > x_1$ ) y negativos (si  $x_2 < x_1$ ).



**Figura 3:** Fuentes de onda distantes en un múltiplo de la longitud de onda. En este caso, sobre la línea que une ambas fuentes, las ondas se hallan en fase.

En el otro caso extremo, en que la diferencia de camino  $\Delta x$  resulta exactamente igual a media longitud de onda, o a un múltiplo impar de media longitud de onda, el desfase resulta igual a  $\pi$  o múltiplo impar de  $\pi$ , con lo cual las ondas se hallan a contrafase e interfieren destructivamente (ver [figura 4](#)), es decir,

$$\text{Si } \Delta x = (2m' + 1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{con } m' \in \mathbb{Z} \quad \Rightarrow \quad \delta = (2m' + 1)\pi \equiv \pi \quad (9)$$



**Figura 4:** Fuentes de onda distantes en media longitud de onda. En este caso, sobre la línea que une ambas fuentes, las ondas se anulan entre sí.

**Desfasaje por reflexión:** En el [Capítulo 4](#), hemos estudiado, en detalle, el desfase que se produce entre las ondas incidente y reflejada, sobre una interfase. Si la onda se propaga de un medio denso a uno menos denso, no se produce ningún desfase. Pero, si la onda pasa a un medio más denso, entonces la onda reflejada sufre un desfase  $\delta = \pi$  respecto a la incidente. Un ejemplo de esta situación podría corresponder a una onda sonora reflejada en una pared (eco). En el caso de ondas luminosas, veremos luego, que este tipo de desfases aparece siempre que la onda se refleje en medios más densos. Por ejemplo, cuando una onda de luz que se propaga por el aire y se refleja en la superficie de un vidrio o en la superficie del agua.

**Suma de las ondas armónicas:** Calculemos ahora la onda armónica resultante (para el caso unidimensional), suma de las ondas emitidas por cada parlante. Suponemos que las ondas se hallan desfasadas en un ángulo  $\delta$ , que puede corresponder a un desfase inicial o a un desfase debido a una diferencia de caminos recorridos o por reflexión en un medio más denso, o suma de todos ellos, por ejemplo,

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} + \delta_i \quad (10)$$

Las funciones de onda se describen por,

$$\Psi_1(x, t) = A \text{sen}(kx - \omega t) \quad \text{y} \quad \Psi_2(x, t) = A \text{sen}(kx - \omega t + \delta) \quad (11)$$

como hemos supuesto al medio lineal, la onda resultante la obtenemos sumando las dos funciones de onda,

$$\Psi(x, t) = \Psi_1(x, t) + \Psi_2(x, t) = A \operatorname{sen}(kx - \omega t) + A \operatorname{sen}(kx - \omega t + \delta) \quad (12)$$

Usando la identidad trigonométrica,

$$\operatorname{sen}(\theta_1) + \operatorname{sen}(\theta_2) = 2 \cos\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)$$

y eligiendo  $\theta_1 = kx - \omega t$  y  $\theta_2 = kx - \omega t + \delta$ , podemos verificar que (hágalo), la onda resultante  $\Psi(x, t)$ , puede escribirse como,

$$\Psi(x, t) = \Psi_1(x, t) + \Psi_2(x, t) = 2A \cos\left(\frac{1}{2}\delta\right) \operatorname{sen}\left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\delta\right) \quad (13)$$

De la última expresión, se desprende que la suma de dos ondas armónicas de igual amplitud y frecuencia, resulta ser una onda armónica de la misma frecuencia pero de amplitud igual a,

$$\text{Amplitud} = |2A \cos(\delta / 2)| = 2A |\cos(\delta / 2)| \quad (14)$$

En la expresión **14**, comprobamos que la amplitud de la onda resultante depende del desfase  $\delta$  entre las ondas. La amplitud resulta máxima, e igual a  $\text{Amplitud} = 2A$ , cuando el modulo del *coseno* vale uno,

$$|\cos(\delta / 2)| = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \delta = m 2\pi \quad \text{con} \quad m \in Z \quad (15)$$

Si el desfase es debido únicamente a la diferencia de camino ( $\delta_i = 0$ ), a partir de **7**, obtenemos que el máximo se logra cuando la diferencia de camino recorrido por las ondas resulta ser un múltiplo de una longitud de onda, es decir,

$$\Delta x = m\lambda \quad \text{con} \quad m \in Z \quad (16)$$

que concuerda con lo obtenido en **8**.

También de **14**, vemos que la amplitud de la onda se anula cuando el *coseno* vale cero, es decir,

$$\cos(\delta / 2) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \delta = (2m' + 1) \pi \quad \text{con} \quad m' \in Z \quad (17)$$

Si el desfase es debido únicamente a diferencia de camino, la amplitud se anula cuando la diferencia de caminos resulta ser un múltiplo impar de media longitud de onda, es decir,

$$\Delta x = (2m' + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{con} \quad m' \in Z \quad (18)$$

que concuerda con lo obtenido en **9**.

Cualquier desfase intermedio da como resultado una onda armónica de amplitud entre los valores,

$$0 < \text{Amplitud} < 2A \quad (19)$$

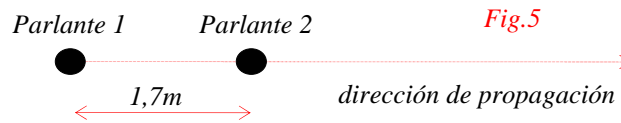
Si las ondas emitidas por cada parlante no tienen la misma amplitud, la cuenta se complica levemente (dejamos al lector como ejercicio repetir el cálculo con amplitudes distintas), el resultado del cálculo es,

$$\text{Amplitud} = \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2 \cos\delta + A_2^2} \quad (20)$$

En este caso la onda resultante nunca se anula completamente, aunque la diferencia de camino sea de media longitud de onda, y toma valores entre (verifique a partir de **20**),

$$|A_2 - A_1| < \text{Amplitud} < A_2 + A_1 \quad (21)$$

**2. Recomendado.** Dos parlantes separados una distancia  $d = 1,7m$ , emiten una misma onda sonora armónica (espacio unidimensional), de igual amplitud  $A$ , frecuencia y fase. Por simplicidad suponemos que el medio es lineal. Las ondas se propagan en la dirección de la recta que une ambas fuentes, ver **figura 5**.



Suponiendo que la velocidad del sonido es  $v_s = 340 \text{ m/seg}$ , para cada una de las siguientes frecuencias de las ondas sonoras emitidas:

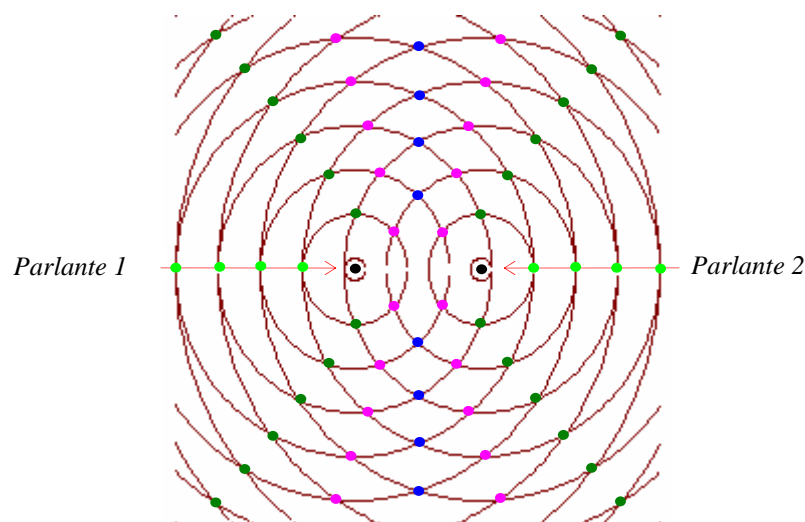
i)  $f_1 = 100\text{Hz}$ ,    ii)  $f_2 = 200\text{Hz}$     iii)  $f_3 = 300\text{Hz}$     y    iv)  $f_4 = 400\text{Hz}$ .

- Halle la longitud de onda correspondiente y haga un esquema de las ondas emitidas por cada parlante para los cuatro casos planteados. En base al esquema, halle el desfase que se produce entre las ondas, a la izquierda de los parlantes, en cada caso.
- Escriba las funciones de onda correspondientes a las diferentes ondas. Vuelva a obtener los desfases a partir de ellas.
- Halle la amplitud de la onda resultante para los distintos casos.
- ¿Las amplitudes de la onda resultante son las mismas para las diferentes frecuencias?. A partir de los resultados, discuta sobre si resulta simple percibir la interferencia cuando los parlantes emiten sonidos compuestos por diferentes frecuencias.
- Si las fuentes estuvieran ubicadas en el mismo punto del espacio, ¿a qué retardo inicial corresponderían los resultados anteriores?.

**3. Guía Teórica. Desfase, por diferencia de caminos, en el espacio.** En esta guía queremos generalizar lo discutido en la **guía 1** para ondas en el espacio tridimensional.

Analizaremos nuevamente el ejemplo de los dos parlantes, separados una distancia  $d$ , emitiendo la misma onda sonora. Por simplicidad y para que lo discutido nos sirva cuando estudiemos interferencia luminosa, haremos una suposición completamente irreal, que consiste en suponer que los parlantes son esféricos y que emiten ondas esféricas. Recordar que en una onda esférica la intensidad emitida es la misma en todas las direcciones (los parlantes reales, emiten una mayor intensidad sonora hacia adelante y menor a los costados).

En la **figura 6**, se muestran los dos parlantes y un esquema, de la proyección sobre un plano, de la ubicación de las crestas de la ondas esféricas emitidas por ellos en un determinado instante (compare con su recuerdo de las ondas de agua producidas por dos piedritas).



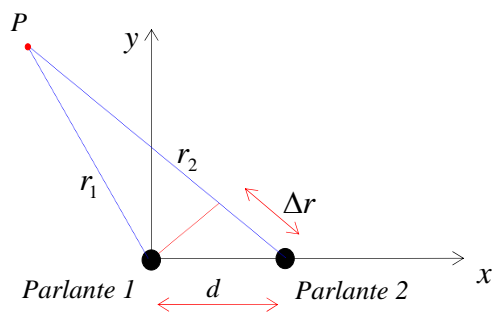
**Figura 6:** Esquema de la ubicación de las crestas de la ondas esféricas emitidas por dos parlantes, en un determinado instante (proyección sobre el plano).

En la **figura 6** hemos identificado con puntos a las intersecciones de las crestas de las ondas provenientes de cada parlante. En esos puntos la interferencia resulta constructiva. Al avanzar la onda también avanzan los puntos, por consiguiente podemos concluir que, si trazamos líneas uniendo esos puntos adecuadamente, obtenemos las líneas del plano en donde la interferencia resulta constructiva (ver **figuras 6 y 8**). Claro que la intensidad no es la misma en toda la línea, ya que, la intensidad del sonido disminuye a medida que nos alejamos de las fuentes.

Particularmente simple de entender es el caso de todos los puntos que se hallan sobre la recta vertical que pasa por el medio de los dos parlantes. Todos esos puntos están a la misma distancia del parlante 1 que del parlante 2, por lo cual, las dos ondas llegan en fase interfiriendo constructivamente

La **figura 6** sólo muestra lo que pasa en el plano de la hoja, pero en realidad el fenómeno es tridimensional, por lo cual, resulta bastante intuitivo pensar que las líneas, en donde la interferencia resulta constructiva, se transforman en superficies de revolución cuando pasamos al espacio (rotamos el dibujo alrededor de un eje colineal con los parlantes). Luego comprobaremos que las superficies que se forman son hiperboloides de revolución.

Para entender un poco mejor la discusión anterior, estudiemos en detalle como se superponen las ondas en un punto  $P$  cualquiera del espacio, ver **figura 7**.



**Figura 7:** Esquema de los caminos recorridos por cada onda hasta llegar a un punto  $P$  genérico.



El punto  $P$  se encuentra a una distancia  $r_1$  del parlante 1, y a una distancia  $r_2$  del parlante 2. En la **figura 7** se distingue la diferencia de camino recorrido  $\Delta r$  por ambas ondas para llegar al punto  $P$ , donde en general,

$$\Delta r = r_2 - r_1 \quad (1)$$

**Note que  $\Delta r$  no es una distancia sino una diferencia de camino recorrido, por lo cual puede tomar valores negativos, esto ocurre cuando  $r_2 < r_1$ .**

El desfase que presentan las ondas provenientes de los dos parlantes, depende de la diferencia de camino recorrido  $\Delta r$ , hasta llegar al punto  $P$  analizado. Para diferentes puntos  $P$ , la diferencia de camino es distinta. Por lo cual concluimos que, en el caso tridimensional, el desfase entre las ondas provenientes de cada parlante, depende de la ubicación espacial del punto  $P$ . Como consecuencia de ello, existen zonas del espacio en donde las ondas interfieren constructivamente mientras que en otras zonas lo hacen destructivamente. En el ejemplo de la **figura 6**, sobre toda la línea que une ambos parlantes la interferencia es constructiva, porque en este caso particular la distancia entre los parlantes es un múltiplo de la longitud de onda (para hacer el dibujo hemos tomado  $d = 3\lambda$ ).

Las ondas interfieren constructivamente cuando, la diferencia de camino  $\Delta r$  resulta un múltiplo de la longitud de onda,

$$\Delta r = m\lambda \quad \text{con} \quad m \in \mathbb{Z} \quad (2)$$

Note que  $m$  toma también valores negativos ya que  $\Delta r$  resulta negativo si  $r_2 < r_1$ .

Las ondas interfieren destructivamente cuando la diferencia de camino  $\Delta r$  resulta un múltiplo impar de media longitud de onda,

$$\Delta r = (2m' + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{con} \quad m' \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

Observando la **figura 7**, podemos comprobar que cualquiera sea el punto  $P$  analizado, la diferencia de camino  $\Delta r$  siempre resulta menor, en módulo, que la distancia entre los parlantes, o sea,

$$|\Delta r| \leq d \quad (4)$$

La relación **4** restringe el número de hiperboloides de revolución correspondientes a interferencia constructiva. Esto lo podemos comprobar a partir de las expresiones **2** y **4**,

$$|\Delta r| = |m| \lambda \leq d \quad \Rightarrow \quad |m| \leq \frac{d}{\lambda} \quad (5)$$

Como hemos dicho, para hacer el dibujo de la **figura 6** hemos tomado, como ejemplo,  $d = 3\lambda$ , por lo cual, a partir de la desigualdad **5** esperamos que se cumpla,

$$|m| \leq \frac{d}{\lambda} = 3 \quad (6)$$

es decir,

$$m = 0, \pm 1, \pm 2 \text{ y } \pm 3 \quad (7)$$

Luego comprobaremos que los valores positivos y negativos de  $m$  determinan las dos hojas del mismo hiperboloide de revolución. En la **figura 6**, nos falta aún determinar que línea corresponde a cada valor de  $m$  (ver **figura 8**).

Para tener una visión un poco más formal de lo discutido hasta el momento, estudiemos la ubicación de los puntos en donde la interferencia es constructiva y verifiquemos que, como anticipamos antes a partir de la observación de la **figura 6**, obtenemos hiperboloides de revolución.

Hemos anticipado que todos los puntos que se hallan sobre la recta vertical que pasa por el medio de los dos parlantes, distan lo mismo del parlante 1 que del parlante 2, es decir,

$$\Delta r = r_2 - r_1 = 0 \quad (8)$$

por lo cual, las dos ondas llegan en fase interfiriendo constructivamente. Resulta simple demostrar que la ecuación **8**, no sólo determina una línea, sino toda una superficie (perpendicular al plano de la hoja), dejamos como ejercicio para el lector verificarlo. Este plano se identifica con el valor  $m=0$  (ec. **2**).

Ahora queremos encontrar todos los puntos  $P$  del espacio que satisfacen que la diferencia de recorrido entre las ondas es exactamente un múltiplo  $m$  ( $m \neq 0$ ) de longitud de onda, es decir,

$$\Delta r = r_2 - r_1 = m\lambda \quad \text{con} \quad m \in Z_{\neq 0} \quad (9)$$

todos estos puntos interfieren constructivamente. Comprobaremos que la ecuación **9** determina un hiperboloide de revolución, uno distinto para cada valor de  $m$ .

A partir de la **figura 7**, vemos que la ecuación **9** puede reescribirse en función de las coordenadas del punto  $P$ ,

$$\vec{r}_1 = (x, y, z) \quad (10)$$

en la forma (verifique),

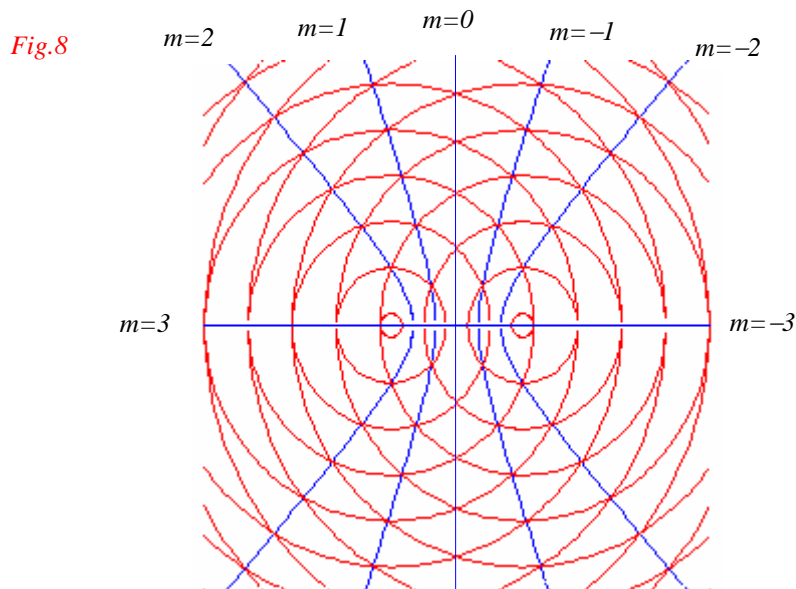
$$\Delta r = r_2 - r_1 = \sqrt{(x-d)^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = m\lambda \quad (11)$$

Los puntos cuyas coordenadas satisfacen la ecuación **11**, forman una superficie llamada hiperboloide de revolución (hay un hiperboloide para cada valor de  $m$ ).

Para fijar ideas estudiemos sólo lo que pasa en el plano, tomemos  $z=0$ . Dejamos al lector la tarea de despejar la coordenada  $y$  en función de la coordenada  $x$ , nosotros sólo escribimos el resultado final obtenido luego de un tedioso cálculo,

$$y = \pm \sqrt{\frac{1}{4m^2\lambda^2} (2xd - d^2 + m^2\lambda^2)^2 - x^2} \quad (12)$$

A partir de la expresión **12** podemos graficar las líneas correspondientes a la proyección sobre el plano de los hiperbolidos de revolución, donde las ondas interfieren constructivamente. Note que las superficies dependen de  $m^2$ , por lo cual tanto el valor positivo como el negativo corresponden a un mismo hiperboloide de revolución y el signo sólo identifica a una rama de la otra (cuando  $r_2 > r_1 \Rightarrow m > 0$ , y cuando  $r_2 < r_1 \Rightarrow m < 0$ ). En la **figura 8** se muestran estas líneas, para cada valor de  $m$ , superpuestas con las ondas esféricas, compare con la **figura 6**.

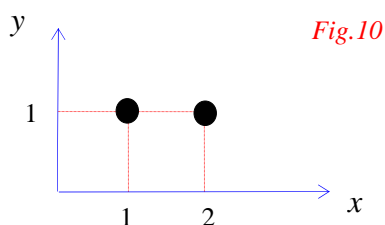


**Figura 8:** Gráfica de los hiperboloides de revolución que identifican los lugares en donde la interferencia, entre las ondas, es constructiva.

Entre dos hiperboloides de interferencia constructiva se halla uno de interferencia destructiva, que no hemos dibujado en la **figura 8**.

La intensidad no es la misma en todo el hiperboloide, ya que, la intensidad del sonido disminuye a medida que nos alejamos de las fuentes.

**4. Recomendado.** Suponga que dos parlantes, emiten una misma onda sonora de frecuencia  $f = 500\text{Hz}$ , y se hallan ubicados en las posiciones que se muestran en la **figura 10**.



Suponiendo que la velocidad del sonido es  $v_s = 340\text{m/seg}$ , y que no existe diferencia de fase inicial,

- Halle el desfase entre las ondas que llegan al origen de coordenadas.
- ¿Qué diferencia de fase inicial debería introducirse para que las ondas interfirieran constructivamente en el origen?, y ¿que retardo de tiempo?
- Usted puede verificar la formación de un patrón de interferencia sonoro si dispone de un amplificador de audio y un generador de oscilaciones, o un piano electrónico, o una guitarra electrónica, o una grabación de una nota pura de alguno de estos instrumentos.

Haga funcionar su amplificador en modo monoaural (¿por qué?), y separe los dos parlantes (fuentes coherentes de ondas sonoras) una distancia de más de un metro (mida la distancia). De cada parlante sale la misma nota (pura). Camine a través del lugar y verifique los cambios en el volumen del sonido en función de la posición. Trate de estimar la ubicación de los máximos de intensidad sonora. Verifique si se hallan en los lugares en donde usted los espera, a partir de conocer la frecuencia de la nota.

**5. Guía teórica. Coherencia:** Hasta el momento hemos analizado el fenómeno de interferencia ligado al ejemplo de dos parlantes emitiendo una misma onda sonora. Hemos permitido que las ondas emitidas por cada parlante tuvieran un desfase inicial  $\delta_i$  fijo, producto quizás de algún retardo electrónico, pero no hemos considerado la posibilidad de que  $\delta_i$  pudiera variar con el tiempo. Ahora queremos estudiar lo que sucede cuando  $\delta_i$  no se mantiene constante en el tiempo.

Supongamos, por simplicidad, que tenemos dos ondas planas (por ejemplo sonoras) propagándose en la misma dirección, desfasadas entre sí en un ángulo  $\delta$  variable en el tiempo, es decir,

$$\Psi_1(\vec{r}, t) = A \text{sen}(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad \text{y} \quad \Psi_2(\vec{r}, t) = A \text{sen}(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \delta(t)) \quad (1)$$

Consideramos que el desfase  $\delta$  es debido a una diferencia de caminos recorridos y a la existencia de un desfase inicial que no se mantiene constante en el tiempo, o sea,

$$\delta(t) = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \delta_i(t) \quad (2)$$

Como sabemos, la ubicación espacial de los máximos de interferencia se determina a partir de plantear,

$$\delta(t) = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \delta_i(t) = m 2\pi \quad \text{con} \quad m \in Z \quad \Rightarrow \quad (3)$$

$$\Delta r = \frac{\lambda}{2\pi} [m 2\pi - \delta_i(t)] \quad (4)$$

La ecuación 4 determina la ubicación de los hiperboloides de revolución correspondientes a interferencia constructiva. Esta ecuación difiere de la hallada en la guía anterior en el agregado de una fase inicial dependiente del tiempo.

Esta dependencia temporal, de la fase, trae como consecuencia una modificación continua de los hiperboloides, parecida a la que se obtendría si se modificara la distancia entre los parlantes en el tiempo. Si  $\delta_i(t)$  varía muy rápidamente en el tiempo, el fenómeno de interferencia queda completamente borroneado y no identificable como tal.

Por lo expuesto, vemos que resulta esencial, para la observación del fenómeno de interferencia, la constancia de la fase en el tiempo. ***Decimos que dos fuentes (en este caso dos fuentes sonoras) son coherentes, si mantienen constante en el tiempo su diferencia de fase  $\delta$ .***

En el ejemplo de los parlantes transmitiendo en modo monoaural, resulta fácil mantener la coherencia de las ondas, ya que provienen ambas de una misma señal, amplificada electrónicamente por dos circuitos independientes que en principio no deberían introducir cambios de fase variables en el tiempo.

**Coherencia en ondas luminosas:** En el caso de las ondas de luz veremos que, la necesidad de coherencia, resulta imprescindible para la observación del fenómeno de interferencia, y que lograr la coherencia entre las ondas es bastante más complejo que en el caso del sonido.

En nuestra vida cotidiana, son contados los fenómenos de interferencia que podemos observar, debido a que no contamos con fuentes coherentes de luz. Entre los que sí vemos se hallan los patrones de colores observados en películas delgadas de aceite y en pompas de jabón. Por esta razón es que, en un principio, no existía evidencia suficiente que llevara a pensar que la luz es un fenómeno ondulatorio.

Las fuentes de luz a las que estamos más acostumbrados, como el sol, la luna, las estrellas, las velas, las lamparitas eléctricas, los tubos fluorescentes, etc., son todas fuentes de luz extensas (no puntuales) y, por ende, incoherentes. Están formadas por un gran número de átomos excitados, emitiendo cuantos de luz (fotones) más o menos al azar.

El fotón (onda-partícula) emitido es, en su faceta ondulatoria, un tren de ondas o paquete de ondas, cuya extensión en el tiempo es de aproximadamente  $10^{-8}$  seg, y teniendo en cuenta que se propaga en el vacío a una velocidad  $c = 300000 \text{ km/seg}$ , concluimos que tiene una extensión espacial de aproximadamente  $3\text{m}$ .

Un haz de luz incoherente, se halla formado por infinidad de fotones independientes, cuyas ondas asociadas interfieren sin orden alguno, ya que la fase inicial cambia de emisión a emisión (la emisión de los fotones no guarda una relación temporal fija, se producen completamente al azar).

Si se superponen dos fuentes de luz incoherentes distintas, en un punto del espacio, sólo pueden mantener la coherencia en, a lo sumo,  $10^{-8}$  seg (extensión temporal del fotón), ya que la fase cambia de fotón a fotón, por lo cual, la superposición puede cambiar de constructiva a destructiva, o a cualquier estado intermedio, cada  $10^{-8}$  seg. Por lo tanto, el posible patrón de interferencia en el espacio (regiones de luz-obscuridad), cambia su ubicación cada  $10^{-8}$  seg, y por consiguiente resulta imposible observar el fenómeno de interferencia.

*El Láser:* En el laboratorio la fuente de luz coherente por excelencia es el Láser (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*). Un haz de luz coherente (láser), se halla formado por infinidad de fotones, cuyas ondas se hallan en fase, superponiéndose constructivamente. El estado coherente no consiste en una superposición de estados individuales independientes, sino que es un estado colectivo (estado cuántico colectivo), indivisible.

Algunos tipos de Láser consisten, a grandes rasgos, de una cavidad resonante con espejos en los extremos que obligan a la luz a reflejarse permanentemente, ida y vuelta (uno de los espejos es semiespejado, para permitir la salida del haz).

El espacio se llena con átomos excitados (medio activo). Los átomos comienzan a emitir espontáneamente en todas direcciones y sentidos. La mayoría de los fotones salen del sistema, salvo aquellos que se propagan en la dirección longitudinal (ida y vuelta de los espejos).

Desde el exterior, continuamente se fomenta (bombea), la excitación de nuevos átomos para que el sistema funcione permanentemente. Esto se logra, en algunos casos, por medio de descargas eléctricas que ionizan al medio activo.

La radiación emitida viaja de un extremo al otro de la cavidad estimulando la emisión de los átomos excitados (*emisión estimulada*). De esta forma, la radiación de cada átomo estimula a otros átomos a irradiar con relaciones de fase que producen interferencia constructiva entre todos los átomos irradiantes, para la radiación en la dirección longitudinal del láser (ida y vuelta de los espejos).

Finalmente luego de un transitorio inicial, todos los átomos oscilan en fase, y el sistema de átomos más radiación oscila en un modo normal (estado cuántico coherente), o en un estado en donde participan un número limitado de modos normales (láser multimodo). El número de modos que forman el estado estacionario puede regularse, por ejemplo, variando la longitud de separación entre los espejos.

El haz láser resulta una onda coherente, casi plana y cuasimonocromática, generalmente con un ancho de banda de frecuencias extremadamente angosto.

Por ser una fuente coherente (luego veremos en el capítulo siguiente), el haz láser se dispersa mucho menos que cualquier otro haz incoherente (por ejemplo, onda saliente de una linterna). Como ejemplo, el haz del láser helio-neón tiene una divergencia de menos de un minuto de arco.

El material que forma el medio activo (átomo responsable de la emisión de la radiación) caracteriza al láser. Existen láseres gaseosos, de estado sólido y líquido.

Un ejemplo común de láser gaseoso es el Helio-Neón ( $\lambda = 632,8nm$ , rojo), de fácil construcción y de poca potencia. De estado sólido, el Neodimio-Yag ( $\lambda = 1060nm$ , infrarrojo), puede suministrar más de un kilowatt de potencia continua. Ejemplos de láser líquidos o de colorante son aquellos en base a Rodaminas, que pueden ser sintonizados a una frecuencia determinada dentro de un ancho rango de frecuencias.

Dependiendo de las características del láser, éste puede funcionar emitiendo en forma continua o en forma de pulsos de duración extremadamente corta.

Cabe aclarar que el láser no es una fuente de energía, para su funcionamiento resulta necesario entregar permanentemente energía exterior para excitar el medio activo (bombeo). Sólo una pequeña parte de esa energía forma parte del haz láser, pero concentrada en un haz muy fino.

Día a día aumentan las aplicaciones técnicas del láser. Debido a la posibilidad de concentrar grandes cantidades de energía en una zona limitada del espacio, permite su uso como soldador o como perforador (agujeros en diamantes). Se pueden generar densidades de flujo en un haz de láser enfocado de más de  $10^{17} w/m^2$  en contraste con una lámpara de oxiacetileno que tiene aproximadamente  $10^3 w/m^2$ .

Existen láseres capaces de entregar muy alta potencia, del orden de los *Gwatt* ( $10^9 watt$ ) o *Twatt* ( $10^{12} watt$ ), en la forma de pulsos que duran varios nanosegundos. Se están usando sistemas de este tipo para intentar producir reacciones de fusión termonuclear.

Por su coherencia y por la posibilidad de formar haces muy finos, se lo utiliza para operaciones quirúrgicas tales como: soldado de retinas desprendidas, o destrucción de cálculos biliares.

La luz láser se utiliza para leer discos compactos en sistemas de audio o en detección de códigos de barras en los supermercados, el funcionamiento no difiere mucho del de una púa en un viejo tocadiscos.

Por su coherencia, es utilizado en sistemas de comunicación, o para la formación de *hologramas*, etc..

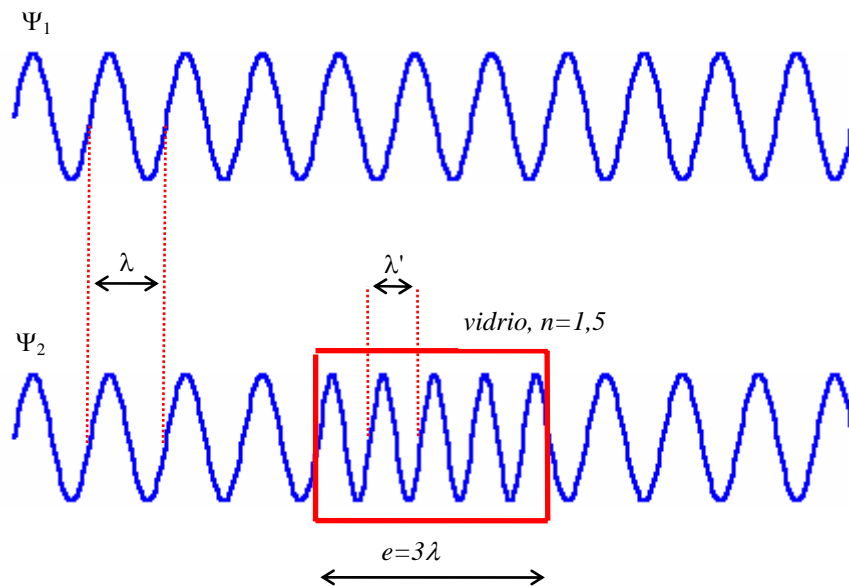
Hoy en día, en muchos negocios del centro de Buenos Aires, se consigue un pequeño diodo Láser del tamaño de un lápiz de labio. Su precio está entre \$5 y \$10. Está pensado para ser usado como apuntador, pero con él se pueden hacer muchas de las experiencias que estudiaremos en éste y el próximo capítulo.

**6. Guía teórica. Desfasaje por diferencia de camino óptico.** En las [guías teóricas 2 y 3](#) hemos analizado el desfasaje  $\delta$ , que se produce entre dos ondas, debido a una diferencia de camino recorrido  $\Delta r = r_2 - r_1$ ,

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} \quad (1)$$

Ahora analizaremos las posibles desfasajes debidos a que las ondas se propaguen por medios distintos, en el caso de la luz, medios con diferente índice de refracción.

Por simplicidad analicemos el ejemplo de dos ondas planas idénticas de frecuencia  $\omega$  y longitud de onda  $\lambda$ , polarizadas linealmente. Como ejemplo, suponemos que una de las ondas atraviesa un vidrio de espesor  $e = 3\lambda$  e índice de refracción  $n = 1,5$ , mientras que la otra continua propagándose por el vacío, ver **figura 11**.



**Figura 11:** Desfasaje por diferencia de camino óptico. En la figura se muestra el desfasaje producido entre una onda que se propaga en el vacío y otra que atraviesa un vidrio.

En el ejemplo de la **figura 11**, observamos que a pesar de haber recorrido la misma distancia, las ondas  $\Psi_1$  y  $\Psi_2$ , se han desfasado en  $\delta = \pi$  (media longitud de onda), debido a que dentro del vidrio, la onda  $\Psi_2$  tiene una longitud de onda menor que en el vacío, es decir,

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} \quad (2)$$

en el ejemplo,

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} = \frac{\lambda}{1,5} = \frac{2}{3}\lambda \quad (3)$$

Pensándolo intuitivamente, es como si la onda  $\Psi_2$  recorriera una distancia mayor que la  $\Psi_1$ , como si el índice de refracción  $n = 1,5$  fuera un factor que agranda el espesor  $e$  (**caben más ondas dentro**). De acuerdo a esto, el camino “realmente recorrido”, por la onda  $\Psi_2$ , que llamamos **camino óptico** es (ver **capítulo 7**),

$$CO_2 = n \cdot e = 1,5 e \quad (4)$$

y la **diferencia de camino óptico** entre  $\Psi_1$  y  $\Psi_2$  resulta:

$$DCO = CO2 - CO1 = ne - e = e(n-1) \quad (5)$$

determinando un desfase entre las ondas dado por,

$$\delta = 2\pi \frac{DCO}{\lambda} \quad (6)$$

en el ejemplo,

$$\delta = 2\pi \frac{e(n-1)}{\lambda} = 2\pi \frac{3\lambda(1,5-1)}{\lambda} = 3\pi \equiv \pi \quad (7)$$

como ya habíamos anticipado a partir de la figura.

**7. Intensidad Luminosa.** Hasta el momento, hemos discutido el fenómeno de interferencia asociado a la superposición de ondas sonoras. Ahora queremos estudiar el fenómeno de interferencia luminosa. Para ello primero, debemos tener en claro que magnitudes podemos observar y medir.

La descripción de los fenómenos luminosos no fue completa hasta el advenimiento de la teoría cuántica-electromagnética-relativista (electrodinámica-cuántica). A partir de esta teoría, se postula que la luz se halla formada por cuantos, u ondas-partículas, llamadas fotones. Estas ondas-partículas tienen una energía que resulta proporcional a la frecuencia de la onda asociada, es decir,

$$E = hf \quad (1)$$

un impulso lineal inversamente proporcional a su longitud de onda,

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (2)$$

y un espín intrínseco igual a (el espín es una magnitud cuántica sin correlato en la física clásica, para tener una primera idea se la puede asociar a un impulso angular),

$$S = 1\hbar \quad (3)$$

donde  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ joule} \cdot \text{seg}$  es la constante de Plank y  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ .

Se asocia al fotón una masa nula, razón por la cual, se propaga a la misma velocidad ( $c \cong 300000 \text{ km/seg}$ , en el vacío) en todos los sistemas de referencia (según predice la teoría de la relatividad).

Dependiendo de la experiencia que se realiza, los fotones manifiestan su carácter ondulatorio o corpuscular. En este capítulo analizaremos los fenómenos de interferencia de la luz, manifestación clara del carácter ondulatorio del fotón. La tecnología actual permite comprobar también su carácter corpuscular. Detectores especiales, permiten detectar la llegada de un único fotón y medir su energía e impulso lineal. También, se observan colisiones de fotones con otras partículas atómicas y subatómicas, tales como electrones, protones, piones, etc. (estas experiencias se realizan en “cámaras de niebla”), posibilitando medidas muy precisas de transferencia de impulso y energía en cada colisión, como si fueran “simples pelotitas”.

De acuerdo a esto, pareciera que resulta necesario tener un conocimiento profundo de la teoría cuántica-relativista para poder entender los fenómenos luminosos. Por suerte, esto no es necesario. Cuando el número de fotones en juego es muy elevado, como sucede en todos los casos que observamos con nuestros ojos, las predicciones de la teoría cuántica electromagnética concuerdan completamente con lo que predice la teoría clásica del electromagnetismo (leyes de Maxwell), donde la luz se describe como una onda electromagnética y sus propiedades corpusculares no son tenidas en cuenta.

En el capítulo anterior hemos discutido en detalle la descripción de una onda electromagnética. Hemos afirmado que describe la propagación de un campo eléctrico



$\vec{E}$  y uno magnético  $\vec{B}$  variando transversalmente respecto a la dirección de propagación. El campo eléctrico interactúa mucho más fuertemente con la materia que el magnético, por esta razón, es el que nos interesa a nosotros, ya que es el responsable de la sensación luminosa.

Nos interesa, en particular, la descripción de las ondas electromagnéticas asociadas a los fenómenos luminosos. El rango de frecuencias ópticas, es decir, el correspondiente al espectro visible de la radiación electromagnética es aproximadamente,

$$f = 4,3 \times 10^{14} \text{ Hz a } 7,5 \times 10^{14} \text{ Hz}, \quad (4)$$

y dentro de este rango, al campo eléctrico comúnmente se lo conoce con el nombre de vector óptico.

El campo eléctrico asociado a la onda varía muy rápidamente en el tiempo, por lo cual, resulta una cantidad prácticamente indetectable. Pero sí resulta simple medir la intensidad de la onda luminosa o irradiancia, usando una gran variedad de sensores, por ejemplo, con fotoceldas, emulsiones fotográficas o simplemente con nuestros ojos. Por esta razón, resulta razonable comenzar el análisis del fenómeno de interferencia a través del estudio de la intensidad luminosa.

En el capítulo anterior definimos intensidad de la onda luminosa o irradiancia  $I$ , como el valor medio temporal de la potencia (en un ciclo), por unidad de área, transportada por la onda. En base a la teoría electromagnética resulta posible probar que la intensidad  $I$  resulta proporcional al cuadrado del campo eléctrico (o vector óptico), es decir,

$$I = \epsilon v \langle E^2 \rangle \quad (5)$$

donde  $v$  es la velocidad de propagación de la onda y  $\epsilon$  es la permitividad eléctrica del medio y el símbolo  $\langle \rangle$  significa valor medio temporal (en un ciclo).

Por simplicidad, nos olvidaremos de las constantes dependientes del medio, y definimos la intensidad luminosa simplemente como (eligiendo convenientemente las unidades del vector óptico),

$$I = \langle E^2 \rangle \quad (\text{en } \text{watt}/\text{m}^2) \quad (6)$$

Para fijar ideas, calculemos la intensidad en el ejemplo simple de una onda plana linealmente polarizada, propagándose en la dirección  $z$ ,

$$\vec{E} = E_0 \hat{i} \cos(kz - \omega t) \quad (7)$$

donde  $E_0$  es la amplitud del campo eléctrico (o vector óptico). A partir de **6** la intensidad luminosa resulta,

$$I = \langle E^2 \rangle = E_0^2 \langle \cos^2(kz - \omega t) \rangle = \frac{E_0^2}{2} \quad (8)$$

donde hemos usado que  $\langle \cos^2(kz - \omega t) \rangle = \frac{1}{2}$ .

### Intensidad luminosa correspondiente a la superposición de dos ondas coherentes:

Queremos estudiar ahora lo que ocurre con la intensidad cuando se superponen dos o más ondas luminosas. Por nuestra experiencia anterior intuimos que, la intensidad resultante no corresponde a la suma de las intensidades individuales. Comprobemos esta última afirmación.

La onda electromagnética es solución de una ecuación diferencial lineal, homogénea, de segundo orden -la ecuación de ondas-. Vimos en capítulos anteriores que, debido a la linealidad de la ecuación de ondas, se satisface el **principio de superposición**.

Según el principio de superposición, si tenemos varios campos ( $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots$ ), provenientes de distintas fuentes en un punto  $P$  del espacio, el campo eléctrico resultante ( $\vec{E}$ ), resulta igual a la suma vectorial de los campos individuales, o sea,

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots \quad (9)$$

Analicemos ahora lo que ocurre con la intensidad de la onda. Por simplicidad, consideremos el ejemplo de la superposición de dos ondas coherentes, planas, linealmente polarizadas, de la misma frecuencia, propagándose en la misma dirección ( $z$ ),

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} \cos(kz - \omega t) \quad \text{y} \quad \vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} \cos(kz - \omega t + \delta) \quad (10)$$

donde  $\vec{E}_{01}$  y  $\vec{E}_{02}$  son vectores que determinan la amplitud y polarización de los campos, y  $\delta$  es el desfase entre las ondas, debido a diferencia de camino o fase inicial. El campo eléctrico total, en un punto  $P$  genérico del espacio de coordenada  $\vec{r}$ , resulta,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t) \quad (11)$$

A partir de **11** calculamos la intensidad luminosa,

$$I = \langle \vec{E}^2 \rangle = \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle = \langle E_1^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 + E_2^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle \quad (12)$$

vemos entonces que,

$$I = I_1 + I_{12} + I_2 \quad (13)$$

donde  $I_1$  e  $I_2$  son las intensidades individuales de cada una de las ondas, mientras que hemos definido al **término de interferencia**  $I_{12}$  como,

$$I_{12} = \langle 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle \quad (14)$$

Este término es el responsable de que la intensidad luminosa resultante difiera de la suma de las intensidades individuales. Calculemos el término de interferencia para el ejemplo de las dos ondas planas **10**,

$$I_{12} = \langle 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = \langle 2\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(kz - \omega t) \cos(kz - \omega t + \delta) \rangle \quad (15)$$

usando que,

$$\cos(kz - \omega t + \delta) = \cos(kz - \omega t)\cos(\delta) + \sin(kz - \omega t)\sin(\delta) \quad (16)$$

y que (verifique),

$$\langle \cos^2(kz - \omega t) \rangle = \frac{1}{2} \quad \text{y} \quad \langle \cos(kz - \omega t) \sin(kz - \omega t) \rangle = 0 \quad (17)$$

y reemplazando en **15**, obtenemos,

$$I_{12} = \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\delta) \quad (18)$$

A partir de la expresión **18** comprobamos que, si los campos están linealmente polarizados pero en direcciones perpendiculares entre sí, el término de interferencia es nulo.

En muchos ejemplos físicos de interés, resulta buena la aproximación de considerar que las ondas llegan al punto  $P$  con sus campos eléctricos paralelos  $\vec{E}_{01} // \vec{E}_{02}$ . Dentro de esta aproximación, es posible realizar un tratamiento escalar del problema, y la expresión **18** se simplifica,

$$I_{12} = E_{01} E_{02} \cos(\delta) \quad (19)$$

Podemos escribir la intensidad total en forma más conveniente observando que,

$$I_1 = \langle E_1^2 \rangle = \frac{E_{01}^2}{2} \quad \text{y} \quad I_2 = \langle E_2^2 \rangle = \frac{E_{02}^2}{2} \quad (20)$$

Reemplazando **20** en **19**, podemos escribir (para el caso escalar),

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\delta \quad (21)$$

En base a la expresión anterior resulta simple analizar el fenómeno de interferencia. El valor máximo de la intensidad (interferencia constructiva) se obtiene cuando  $\cos(\delta) = 1$ , es decir,

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad \text{sí} \quad \delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots \quad (22)$$

Mientras que el mínimo de intensidad se obtiene cuando  $\cos(\delta) = -1$ , o sea,

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad \text{sí} \quad \delta = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots \quad (23)$$

Para cualquier desfase intermedio, la intensidad se halla entre estos dos valores.

Como caso particular importante, sí las dos ondas que llegan a  $P$ , tienen la misma intensidad  $I_1 = I_2 = I_0$ , la ecuación **21** puede reescribirse como (verifique),

$$I = 2I_0 (1 + \cos\delta) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (24)$$

y las intensidades máximas y mínimas son,

$$I_{max} = 4I_0 \quad \text{y} \quad I_{min} = 0 \quad (25)$$

Notamos que, en este caso, se obtienen zonas del espacio en donde la interferencia resulta completamente destructiva (zonas de completa oscuridad).

*Intensidad luminosa correspondiente a la superposición de dos ondas incoherentes:* Si las ondas que se superponen no guardan coherencia, no se observa el fenómeno de interferencia. Esto se manifiesta en que la intensidad total es simplemente la suma de las intensidades individuales, anulándose el término de interferencia, es decir,

$$I = I_1 + I_2 \quad (26)$$

y

$$I_{12} = 0 \quad (27)$$

En el ejemplo de las ondas planas, el término de interferencia  $I_{12}$  dado en la ecuación **15**, se anula debido a que las fases de cada onda varían muy rápidamente en el tiempo sin guardar coherencia, por lo cual, su valor medio temporal resulta cero, es decir,

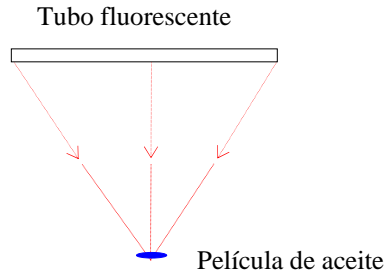
$$I_{12} = \langle 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle = \langle 2\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(kz - \omega t) \cos(kz - \omega t + \delta(t)) \rangle = 0 \quad (28)$$

**8. Guía teórica. Interferencia en películas delgadas.** Un ejemplo cotidiano del fenómeno de interferencia, es la formación de patrones coloreados en pompas de jabón y en películas delgadas de aceite o combustible flotando en el agua. Este fenómeno lo observamos fuera del laboratorio, donde las fuentes de luz son extensas (no puntuales) e incoherentes (sol, lámparas, etc.).

La interferencia se produce entre la onda que se refleja en la superficie superior de la película y la que, luego de haberse transmitido, se refleja en la superficie inferior de la película. *Si la película es lo suficientemente delgada (del orden de la longitud de onda de la luz con que se ilumina), las dos ondas guardan coherencia entre sí, es*

*decir, mantienen su diferencia de fase constante en el tiempo, y por esta razón, resulta posible la observación del fenómeno de interferencia.*

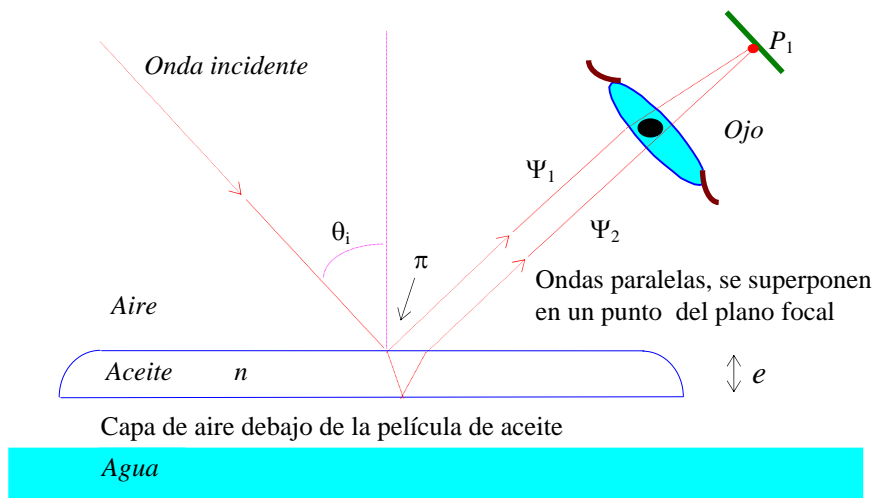
En estos ejemplos cotidianos, las fuentes de luz son extensas. Para entender lo que esto implica, analicemos el ejemplo de una película delgada de aceite iluminada con luz proveniente de un tubo fluorescente. Las ondas provenientes de distintos puntos del tubo llegan con distinto ángulo de incidencia a la película de aceite, ver **figura 12**.



**Figura 12:** Fuente extensa. La luz es incoherente y proviene desde diferentes puntos de la fuente.

Esto complica el análisis de la situación, por ello vamos a analizar la propagación de cada onda, con dirección definida, por separado.

Comenzamos analizando la situación que se muestra en la **figura 13**, donde hemos considerado que la película de aceite tiene un espesor uniforme y que debajo de ella existe una capa de aire encerrada.



**Figura 13:** Película de aceite flotando en el agua.

La onda viaja por el aire (medio poco denso  $n \cong 1$ ) e incide sobre la superficie superior de la película de aceite (medio denso  $n > 1$ ) con un ángulo  $\theta_i$ . Parte se refleja (onda  $\Psi_1$ ) y parte se refracta. **La onda reflejada sufre un desfase de  $\pi$  radianes (media longitud de onda) respecto de la onda incidente, debido a la reflexión en un medio más denso, mientras que la onda transmitida no sufre ningún desfase.**

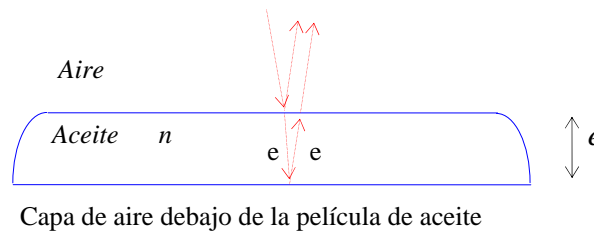
Posteriormente la onda transmitida en el aceite vuelve a reflejarse en la superficie inferior. En este ejemplo, hemos considerado que, encerrada por la película

de aceite, existe una delgada capa de aire, por lo cual, no se produce un desfasaje adicional en la onda reflejada en la superficie inferior, debido a que la onda proviene de un medio más denso (aceite). Distinta sería la situación si debajo de la película de aceite hubiera un medio más denso que el aceite (el lector puede repetir todo el razonamiento para este caso).

La onda reflejada en la superficie inferior incide sobre la superior, y parte de ella se transmite al aire (onda  $\Psi_2$ ), propagándose paralelamente a la primera onda reflejada en la superficie superior (onda  $\Psi_1$ ), ver **figura 13**. *Si la película es lo suficientemente delgada (del orden de la longitud de onda de la luz),  $\Psi_1$  y  $\Psi_2$  son coherentes entre sí, ya que, las ondas reflejadas y transmitidas se originan en reemisiones de los átomos del medio, estimuladas o inducidas por la onda incidente.*

Por ser paralelas, no esperamos que formen ninguna imagen de interferencia real, pero si observamos con nuestro ojo (lente convergente), ambas ondas convergen en un mismo punto  $P_1$  sobre el plano focal ubicado en la retina (ojo enfocado al infinito). Dependiendo de la diferencia de camino óptico, pueden interferir constructivamente, destructivamente o en situación intermedia.

Por simplicidad, calculemos la diferencia de camino óptico, para el caso en que el ángulo de incidencia  $\theta_i$  es lo suficientemente chico (incidencia casi vertical), como para que la distancia recorrida dentro de la película de aceite (ida y vuelta) pueda aproximarse por  $2e$ , ver **figura 14**. Queda como ejercicio para el lector hacer el cálculo exacto.



**Figura 14:** Película de aceite. Diferencia de caminos entre las ondas reflejadas en la primera y en la segunda superficie. .

Dentro de esta aproximación, la diferencia de camino óptico entre las ondas  $\Psi_1$  y  $\Psi_2$  resulta ser simplemente,

$$DCO = n 2 e \quad (1)$$

Suponiendo que la onda incidente es una onda plana de longitud de onda  $\lambda$ , tendremos un desfasaje  $\delta$  originado en la diferencia de camino óptico y el salto en  $\pi$  radianes (media longitud de onda) producido en la primer reflexión, dado por,

$$\delta = 2\pi \frac{DCO}{\lambda} - \pi = 2\pi \frac{n 2 e}{\lambda} - \pi \quad (2)$$

Note que hemos restado  $\pi$  y no sumado (aunque no tiene importancia), esto se debe a que la onda 1 se desfasa en  $\pi$ , y el desfasaje  $\delta$  lo hemos definido como la diferencia de fases entre la onda 2 y la onda 1, o sea,

$$\delta = \phi_2 - \phi_1 \quad (3)$$

A partir de **2** concluimos que, dependiendo de la relación existente entre la longitud de onda  $\lambda$  y el espesor de la película de aceite  $e$  las ondas interfieren de diferente manera.

**Interfieren constructivamente si  $\delta$  es un múltiplo de  $2\pi$** , es decir,

$$\delta = 2\pi \frac{n 2e}{\lambda} - \pi = m 2\pi \quad \text{donde} \quad m \in Z_{\geq 0} \quad (4)$$

(piense porque  $m \geq 0$ ), despejando el espesor,

$$e = (2m + 1) \frac{\lambda}{4n} = (2m + 1) \frac{\lambda'}{4} \quad (5)$$

donde  $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$  es la longitud de onda dentro de la película de aceite.

A partir de la ecuación 5, concluimos que las ondas interfieren constructivamente si el espesor  $e$  resulta ser un múltiplo impar  $(2m + 1)$  de un cuarto de longitud de onda  $\frac{\lambda'}{4}$ , lo cual es lógico, ya que entonces en el ida y vuelta ( $2e$ ) de la onda, hay un múltiplo impar de media longitud de onda  $\frac{\lambda'}{2}$ , más el salto en media onda que se produce en la primera reflexión, resulta que las ondas llegan en fase.

**Resumiendo, si el espesor de la película es justamente un múltiplo impar de  $\frac{\lambda'}{4}$ , entonces en el punto  $P_1$  sobre la retina tenemos un máximo de intensidad.**

**Interfieren destructivamente si  $\delta$  es un múltiplo impar  $(2m' - 1)$  de  $\pi$** , es decir,

$$\delta = 2\pi \frac{n 2e}{\lambda} - \pi = (2m' - 1) \pi \quad \text{donde} \quad m' \in Z_{\geq 0} \quad (6)$$

(piense porque  $m' \geq 0$ ), despejando el espesor,

$$e = m' \frac{\lambda}{2n} = m' \frac{\lambda'}{2} \quad (7)$$

A partir de la ecuación 7, concluimos que las ondas interfieren destructivamente si el espesor  $e$  resulta ser un múltiplo de media longitud de onda  $\frac{\lambda'}{2}$ , lo cual es lógico, ya que entonces en el ida y vuelta ( $2e$ ) de la onda, hay un múltiplo de longitud de onda  $\lambda'$ , más el salto en media onda que se produce en la primera reflexión, resulta que las ondas llegan en contrafase (desfasadas en media longitud de onda).

**Resumiendo, si el espesor de la película es justamente un múltiplo de  $\frac{\lambda'}{2}$ , entonces, en el punto  $P_1$  sobre la retina, tenemos un mínimo de intensidad, que no es total obscuridad debido a que las ondas no tienen igual intensidad.**

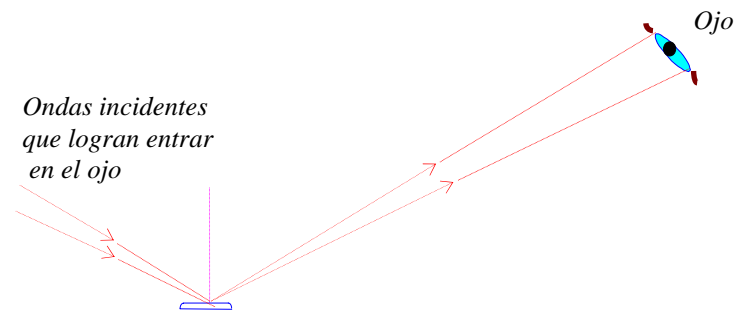
Note que el desfase  $\delta$  depende fuertemente de la longitud de onda (color), por lo cual, si por ejemplo, el espesor de la película es tal que **la luz roja** ( $\lambda_R = 780nm$ ) **produce una interferencia constructiva**, es fácil demostrar y sugiero que lo haga que, **la luz violeta** ( $\lambda_V = 390nm$ ) **interfiere destructivamente**, los demás colores tienen comportamientos intermedios, por lo cual, en este ejemplo **el rojo resulta ser el color predominante en el punto  $P_1$** .

**En la figura 13**, mostramos a la onda incidiendo con un ángulo  $\theta_i$  en un determinado plano de incidencia (el plano de la hoja). **Si las ondas provienen de una fuente extensa** (ver **figura 12**) **pueden llegar, con el mismo ángulo  $\theta_i$ , pero en**

*diferentes planos, por lo cual, convergen en la retina del ojo en otros puntos  $P$  distintos al  $P_1$ . La unión de todos esos puntos, forman líneas o franjas de luz coloreadas, en el ejemplo anterior, rojizo.*

Por ser una fuente extensa, las ondas pueden incidir con diferentes ángulos  $\theta_i$  sobre la película, de esta forma (fuera de la simple aproximación de incidencia casi vertical), la diferencia de camino óptico entre las ondas depende del ángulo de incidencia, y por consiguiente, el desfase resulta distinto para distintos ángulos  $\theta_i$ . Debido a esto, se forman franjas de máxima y mínima intensidad correspondientes a los diferentes  $\theta_i$ . Es más, para cada ángulo de incidencia algún color en especial resulta beneficiado por la interferencia constructiva, por lo cual las franjas son coloreadas.

El ojo humano representa una abertura pequeña para visualizar completamente el fenómeno, ya que sólo un pequeño rango de ángulos de incidencia pueden penetrar en él, sobre todo si está lejos de la película (ver [figura 15](#)), por este motivo pueden verse muy pocas franjas, en general sólo una (para películas de igual espesor).



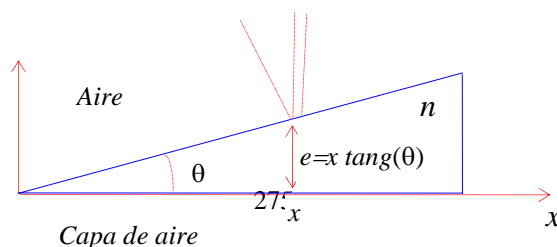
**Figura 15:** Película de aceite. Sólo algunos rayos pueden llegar al ojo, por esta razón se ve sólo una franja.

Para observar los fenómenos descritos resulta importante que la película sea delgada, por dos razones principales: para asegurar la coherencia entre las ondas reflejadas en ambas superficies, y para que no sea mucha la diferencia entre las intensidades de ambas ondas, ya que en películas gruesas resulta mayor la absorción de la onda.

¿Por qué tenemos en cuenta sólo la primera reflexión?.

*Película delgada en forma de cuña (espesor variable).* Los diversos colores que se ven en una película de aceite flotando en el agua, a simple vista, en general no se deben a los diferentes ángulos de incidencia sino que son debidos a las diferencias de espesor de la película, cada espesor privilegia alguna longitud de onda en especial. El patrón de franjas coloreadas, es decir, la separación entre las franjas y sus colores respectivos, resulta una representación topográfica de las diferencias microscópicas en el ancho de la película.

Para entender el fenómeno analicemos el ejemplo simple de una película de aceite (o detergente) en forma de cuña como se muestra en la [figura 16](#).



**Figura 16:** Película de aceite en forma de cuña. La interferencia de los rayos reflejados, en la superficie superior y la inferior, produce las franjas coloreadas características de las

Consideramos al ángulo  $\theta$  lo suficientemente pequeño como para aproximar al espesor por,

$$e = x \tan(\theta) \cong x \theta \quad (8)$$

A partir de la figura y de la ecuación 8, vemos que para cada posición  $x$ , existe un espesor distinto y, como sabemos, cada espesor privilegia alguna longitud de onda en especial.

Analicemos primero el caso en que iluminamos, no con luz blanca sino, con luz monocromática de longitud de onda  $\lambda$ . A partir de las ecuaciones 5 y 8 podemos hallar las posiciones  $x$  en donde el espesor es tal que la onda interfiere constructivamente (en esta configuración), es decir,

$$e = x \theta = (2m + 1) \frac{\lambda'}{4} \Rightarrow x = (2m + 1) \frac{\lambda'}{4\theta} \quad \text{con } m \in \mathbb{Z}_{\geq 0} \quad (9)$$

A partir de esta ecuación, dándole valores enteros mayores o iguales a cero a  $m$ , obtenemos las posiciones  $x$  en donde la interferencia resulta constructiva, para esta longitud de onda. Cada valor de  $m$  determina la ubicación de las franjas (ver figura 17).

La ubicación de las primeras franjas (ordenes de interferencia), son,

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{\lambda'}{4\theta} & \text{para } m=0 & \text{(orden 0)} \\ x_1 &= 3 \frac{\lambda'}{4\theta} & \text{para } m=1 & \text{(primer orden)} \\ x_2 &= 5 \frac{\lambda'}{4\theta} & \text{para } m=2 & \text{(segundo orden)} \\ & \text{etc.} \end{aligned} \quad (10)$$

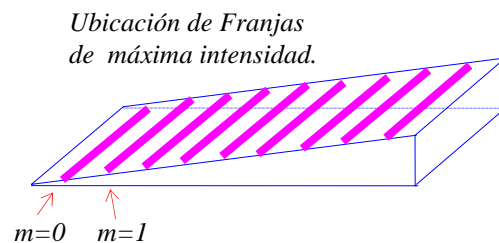


Figura 17: Película de aceite en forma de cuña. Las líneas oscuras identifican la ubicación de las franjas de máxima intensidad.

Note que las franjas de máxima intensidad corresponden a espesores que son múltiplos impares de  $\frac{\lambda'}{4}$ . r las zonas con igual espesor (múltiplos impares de  $\frac{\lambda'}{4}$ ), constituyendo un mapa topográfico de la película. No todas las franjas tienen la misma intensidad, las más visibles son las que corresponden a espesores menores, ya que cuando el espesor aumenta, la onda que se transmite en la película pierde intensidad por absorción del material y a mayor espesor se pierde la coherencia.



La separación entre franjas es,

$$\Delta x = \frac{\lambda'}{2\theta} \quad (11)$$

La expresión **11** permite, por ejemplo, conociendo el espaciamiento entre las franjas  $\Delta x$  y el ángulo  $\theta$ , calcular la longitud de onda  $\lambda$ , o iluminando con una onda, de longitud de onda conocida, hallar el ángulo. Note que si el ángulo  $\theta$  es demasiado grande las franjas se hallan muy juntas, por lo cual, no se aprecia el fenómeno, se observa todo iluminado.

Los mínimos de interferencia se hallan ubicados entre dos máximos consecutivos. Para comprobar esto, a partir de las ecuaciones **7** y **8** podemos hallar las posiciones  $x$  en donde, el espesor es tal que, la onda interfiere destructivamente,

$$e = x \theta = m' \frac{\lambda'}{2} \Rightarrow x = m' \frac{\lambda'}{2\theta} \quad \text{con } m' \in \mathbb{Z}_{\geq 0} \quad (12)$$

dándole valores enteros a  $m'$ , obtenemos las posiciones en donde la interferencia resulta destructiva (obscuridad), para esta longitud de onda,

$$\begin{aligned} x_0 &= 0 & \text{para } m' &= 0 \\ x_1 &= \frac{\lambda'}{2\theta} & \text{para } m' &= 1 \\ x_2 &= \frac{\lambda'}{\theta} & \text{para } m' &= 2 \end{aligned} \quad (13)$$

*etc.*

Note que en el vértice de la cuña ( $x = 0$ ) hay una franja oscura (en este caso).

Si en lugar de existir una capa de aire debajo de la cuña, hubiera un medio más denso, se produciría otro desfase en  $\pi$ , de esta forma, se intercambiarían las ubicaciones entre máximos y mínimos y, en particular, en  $x = 0$  existiría una franja iluminada.

***Si en lugar de iluminar con luz monocromática, de longitud de onda definida, iluminamos con luz blanca, se forma un patrón de franjas (como el mostrado en la figura 17) para cada color, por lo cual, se forman muchos “arco iris”, uno para cada orden.***

La ubicación de las franjas de interferencia constructiva depende del color, la primera franja iluminada es de color violeta, ya que es la de menor longitud de onda (del visible), y por consiguiente, se halla ubicada más cerca del vértice de la cuña, es decir,

$$x_{\text{violeta}} = \frac{\lambda'_{\text{violeta}}}{4\theta} < x_{\text{rojo}} = \frac{\lambda'_{\text{rojo}}}{4\theta} \quad \text{para } m = 0 \quad (\text{orden cero del violeta})$$

mientras que la franja más alejada corresponde al rojo. El patrón de colores (“arco iris”) se repite para los diferentes ordenes.

Como ejemplo, analicemos lo que ocurre con un aro de alambre que se introduce en agua con detergente. Sugiero que se construya uno con un alambre y observe.

Como queremos observar sólo las reflexiones de la luz (blanca) en la película jabonosa, no la luz que se transmite desde atrás hacia nuestros ojos, resulta conveniente poner detrás del aro una superficie negra opaca (cartulina, sartén, etc.).

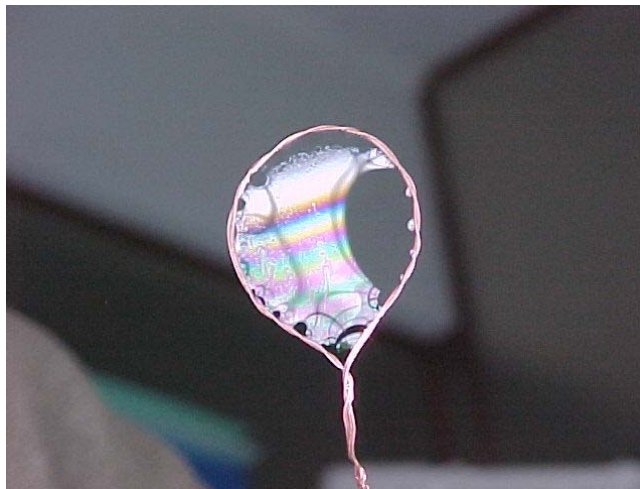
Colocamos al aro en forma vertical al piso. Debido a la acción de la gravedad, la parte superior de la película tiende a tener espesor “nulo” mientras que en la inferior el espesor resulta mayor, formándose algo muy parecido a una cuña de material jabonoso. A medida que transcurre el tiempo el material se va depositando en el fondo, mientras que la parte superior se hace cada momento más fina hasta que se corta. Por esta razón, veremos que las franjas caen a medida que transcurre el tiempo.

La parte superior de la película no refleja casi nada, se ve transparente, ya que allí la película tiende a tener un espesor “nulo”, de modo que la diferencia de fase tiende a ser sólo los  $\pi$  radianes producto de la reflexión en la primera superficie y, por consiguiente, las dos ondas reflejadas se destruyen *casi* completamente entre sí.

El espesor crece hacia abajo, por consiguiente comienzan a observarse las franjas coloreadas, primero la violeta, luego la azul, hasta llegar al rojo y comenzar nuevamente en violeta para el orden siguiente (ver **figura 18**, imagínese los colores, ¡éramos tan pobres!).

En la parte inferior, el espesor es mayor por lo cual las franjas no se ven tan nítidas y la superficie se ve blanca. Recordar que cuando el espesor aumenta, la onda que se transmite en la película pierde mayor intensidad por absorción del material.

En la **figura 18** mostramos un aro de alambre, note que tanto arriba como a la derecha el espesor es casi nulo por lo cual las ondas interfieren destructivamente y no vemos la reflexión (gracias al Ing. Nicolini por prestarnos la cámara y al Dr. Page por sostener el alambre).



**Figura 18:** Pompa de jabón formada en un aro de alambre (sostenido verticalmente). Observe la formación de franjas (imagine los colores). La zona oscura de la derecha, corresponde a una región con espesor menor que las longitudes de onda de la luz (blanca), por lo cual, las ondas reflejadas en ambas superficies interfieren destructivamente, eliminando el reflejo..

El hecho de que una película de espesor “casi nulo” resulte completamente transparente y no refleje luz, tiene aplicaciones técnicas en la fabricación de superficies antirreflejos.

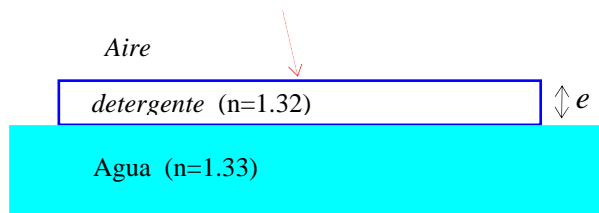
Si las películas poseen espesores variables, el patrón de franjas resulta complejo, las franjas representan zonas de igual espesor (mapa topográfico).

Si iluminamos con luz monocromática, resulta posible medir el espesor de la película en cada zona, a partir de la observación del espaciamiento entre franjas (ver ecuación 11). Este método es utilizado en controles de calidad de vidrios, lentes y otros materiales de uso científico y tecnológico.

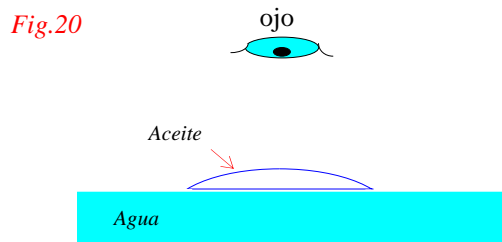
Si juntamos dos portaobjetos (vidrio delgado), uno encima del otro, una fina capa de aire queda en general atrapada entre ellos. Si con un lápiz presionamos sobre un punto cualquiera del portaobjetos de arriba, podemos observar la aparición de franjas circulares llamadas comúnmente anillos de Newton (trate de observarlas). En este ejemplo, es el aire atrapado el que juega el papel de película delgada, y debido a la forma en que presionamos en un punto, su espesor aumenta radialmente, siendo constante sobre círculos centrados en el punto de presión. Por esta razón las franjas son circulares, ya que se localizan sobre las zonas de igual espesor (mapa topográfico).

9. Repita el análisis anterior (para un aro de alambre que se introduce en agua con detergente), pero ahora analizando lo que sucede con la luz que proviene desde atrás de la pompa de jabón (luz transmitida).

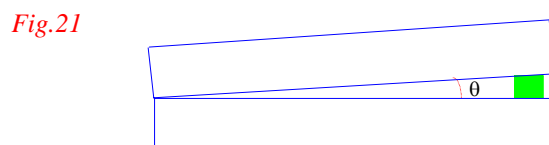
10. **Recomendado.** Una película de detergente ( $n = 1.32$ ) de espesor  $e$ , flota en agua. Se ilumina casi normalmente con luz monocromática de  $\lambda = 700nm$ . Elija el espesor para que se observe una franja brillante por reflexión.



11. **Recomendado.** Una gota de aceite ( $n = 1,22$ ) flota sobre agua ( $n = 1,33$ ), sin encerrar capa de aire. Se observa luz reflejada desde arriba, ver figura 20. ¿Cuál es el espesor de la gota en el punto en donde se observa la segunda franja roja, contando desde el borde de la gota?. Suponga un valor promedio para la longitud de onda correspondiente al rojo  $\lambda = 650nm$ . Resp.  $e = 266nm$



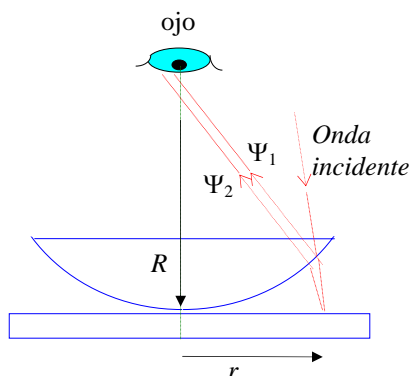
12. **Repaso.** Es posible formar un película delgada de aire, en forma de cuña, con la ayuda de dos portaobjetos entre los que se interpone una delgada tira de papel, ver figura 21.



Se ilumina con luz roja de longitud de onda  $\lambda = 700nm$ , incidiendo normalmente sobre la superficie del vidrio, y se observan franjas de interferencia producidas por reflexión.

- Las franjas aparecen debido a la formación de una cuña de aire y no debido a reflexiones en los vidrios, debido a que estos son suficientemente anchos. Explique por qué sucede así y discuta.
- La primera franja, próxima al punto de contacto, ¿es oscura o brillante?. Justifique.
- Si se observan 5 franjas brillantes por centímetro ¿cuál es el ángulo  $\theta$  de la cuña?.
- Halle la posición de cada orden correspondiente a interferencia constructiva.
- Repita lo hecho pero ahora analizando, no la luz reflejada sino, la luz transmitida hacia abajo (su ojo se halla debajo de los portaobjetos).

**13. Anillos de Newton.** En la [guía teórica 8](#), comentamos que si presionamos con un lápiz dos portaobjetos superpuestos, se produce un patrón de franjas circulares llamadas anillos de Newton. Esto mismo se puede lograr en el laboratorio con un dispositivo formado por una lente esférica, de radio  $R = 5cm$ , apoyada en un vidrio plano, ver [figura 22](#).



*Figura 22:* Dispositivo para observar los anillos de Newton.

El aire que habita entre la lente y el vidrio hace las veces de cuña delgada, y lo que esperamos ver es la interferencia entre las ondas  $\Psi_1$  y  $\Psi_2$  mostradas en la figura.

Por la simetría de la lente, observando las ondas reflejadas (ángulo de incidencia pequeño), esperamos ver franjas circulares de máxima intensidad, cuyos radios  $r$  queremos calcular. Este dispositivo se utiliza comúnmente para evaluar la calidad de la lente.

Si iluminamos con luz monocromática, de longitud de onda  $\lambda = 590nm$  (luz amarilla de sodio),

- Halle la diferencia de camino óptico entre las ondas  $\Psi_1$  y  $\Psi_2$ , en función del radio  $r$ .

$$\text{Resp. } DCO = 2 \left[ R - \sqrt{R^2 - r^2} \right] = 2R \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}} \right)$$

- Para los ordenes de interferencia más bajos se cumple que  $r \ll R$ . En base a esto haga un desarrollo en Taylor y muestre que la diferencia de camino óptico puede aproximarse por,

$$\text{Resp. } DCO = 2R \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}} \right) \cong 2R \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2} \right) \right] = \frac{r^2}{R}$$

c) Halle los radios de los anillos brillantes correspondientes a los máximos de interferencia.

$$\text{Resp. } r_m = \sqrt{R(2m+1)\frac{\lambda}{2}}$$

d) Halle los radios de los anillos oscuros correspondientes a los mínimos de interferencia.

$$\text{Resp. } r_m = \sqrt{R m' \lambda}$$

e) ¿El punto central de los anillos es brillante u oscuro?. Justifique.

**14. Guía Teórica: Interferómetro de Young.** Hasta el siglo XVIII existían dos teorías, en pugna, sobre la naturaleza de la luz, la corpuscular, encabezada por Newton y la ondulatoria, propuesta por Huygens. En el año 1801 el físico y médico Thomas Young ideó un dispositivo que le permitió demostrar concluyentemente la naturaleza ondulatoria de la luz (luego en el siglo XX, la teoría cuántica “le dio la razón a ambos grupos”).

Young hizo pasar luz monocromática (plana) a través de dos pequeños orificios muy juntos. Cada orificio, se comportaba como una nueva fuente de ondas “esféricas”, coherentes entre sí. Las ondas provenientes de cada orificio se superponían sobre una pantalla formando un patrón de zonas brillantes y oscuras, propio de un fenómeno de interferencia ondulatorio.

La experiencia de Young es conceptualmente equivalente a la experiencia analizada, en la [guía teórica 3](#), de los dos parlantes emitiendo coherentemente. Los dos orificios hacen las veces de parlantes emitiendo ondas “esféricas”, las ondas emitidas por los orificios resultan coherentes debido a que se originan a partir de una misma onda que incide sobre ambos (orificios muy juntos).

Como en el caso de los parlantes, los máximos de intensidad se ubican sobre superficies hiperboloides de revolución, formadas por todos los puntos del espacio en donde la diferencia de camino entre las ondas, provenientes de cada orificio, es un múltiplo de  $\lambda$  (ver [figura 8](#) de la [guía teórica 3](#)). La diferencia es que ahora es posible *ver* el fenómeno, y no *escucharlo*. Sobre la pantalla observamos zonas brillantes (máximos de interferencia) y oscuras (mínimos de interferencia), ver [figura 23](#).

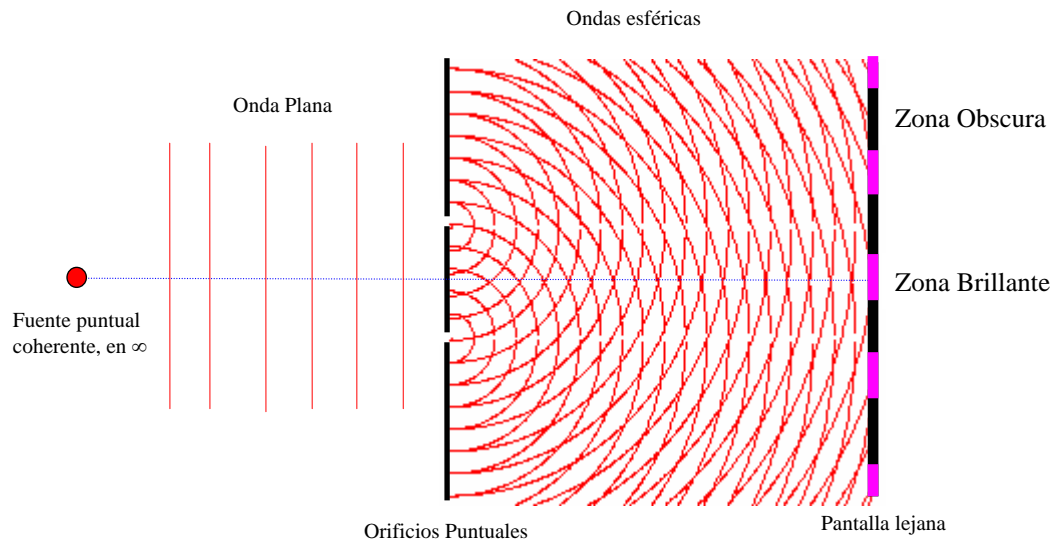
Hemos afirmado que al incidir una onda plana sobre un pequeño orificio, éste se comporta como nueva fuente de ondas “esféricas”. Esto por supuesto es sólo una aproximación, ya que en realidad la onda emitida resulta más intensa en la dirección frontal, menos intensa hacia los costados y nula hacia atrás, la intensidad no es igual en todas las direcciones.

Si quisiéramos calcular exactamente la forma en que se distribuye la intensidad, emitida por cada orificio, deberíamos apelar a la teoría electromagnética de la luz, o sea, a las leyes de Maxwell de electromagnetismo, lo cual resulta extremadamente difícil hasta para un experto. Por esta razón, apelamos a la imagen que nos brinda el principio de Huygens-Fresnel (aproximación).

Recordemos que el principio de Huygens-Fresnel establece que cada punto de un frente de ondas se comporta como un emisor de ondas esféricas. Un defecto importante de este principio es que, si cada emisor emite uniformemente en todas direcciones, además de generar una onda que viaja hacia adelante, genera una onda que viaja hacia atrás, hacia la fuente, la cual no se observa en la naturaleza.

Este principio luego fue revisado por Kirchoff para que concuerde con lo predicho por las leyes del electromagnetismo, propuso que la intensidad emitida no es la misma en todas las direcciones, es más intensa hacia adelante y nula hacia atrás.

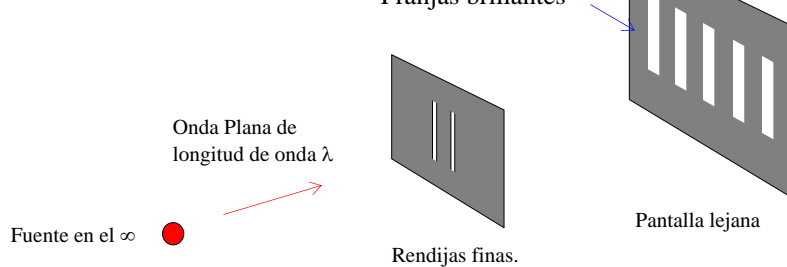
Si una onda plana incide sobre un *orificio puntual* (abertura infinitesimal), resulta una buena aproximación apelar al principio de Huygens-Fresnel y suponer que *el punto se comporta como una nueva fuente de ondas esféricas hacia adelante, siempre y cuando analicemos el fenómeno lejos del orificio* (ver [figura 23](#)). Luego en el capítulo siguiente, estudiaremos los extraños fenómenos que aparecen cuando el orificio no es puntual (*fenómeno de difracción*).



**Figura 23:** Experiencia de Young. Los orificios se comportan como nueva fuente de ondas esféricas coherentes entre sí. Las ondas interfieren formando un patrón de máximos y mínimos de intensidad, sobre una pantalla lejana.

La [figura 23](#) podría también representar ondas en el agua, originadas al colocar un obstáculo con dos orificios pequeños, las zonas brillantes corresponderían a zonas en donde la amplitud de oscilación es máxima, hecho que puede comprobarse colocando un pequeño corchito que se mueva al son de la onda.

En el laboratorio, para visualizar mejor el fenómeno, la experiencia de Young se hace con dos rendijas finas, muy juntas, en lugar de orificios. Se ilumina con una fuente de luz coherente (láser), monocromática y de longitud de onda  $\lambda$  (aunque también se puede iluminar con luz blanca, ver el [ejercicio 22](#)). La fuente está lo suficientemente lejos como para considerar que sobre las rendijas incide una onda plana (por ejemplo de luz láser). Como consecuencia, sobre una pantalla se observa la formación de un patrón de franjas, tal como se muestra en la [figura 24](#).



**Figura 24:** Experiencia de Young. Formación de un patrón de franjas sobre la pantalla.

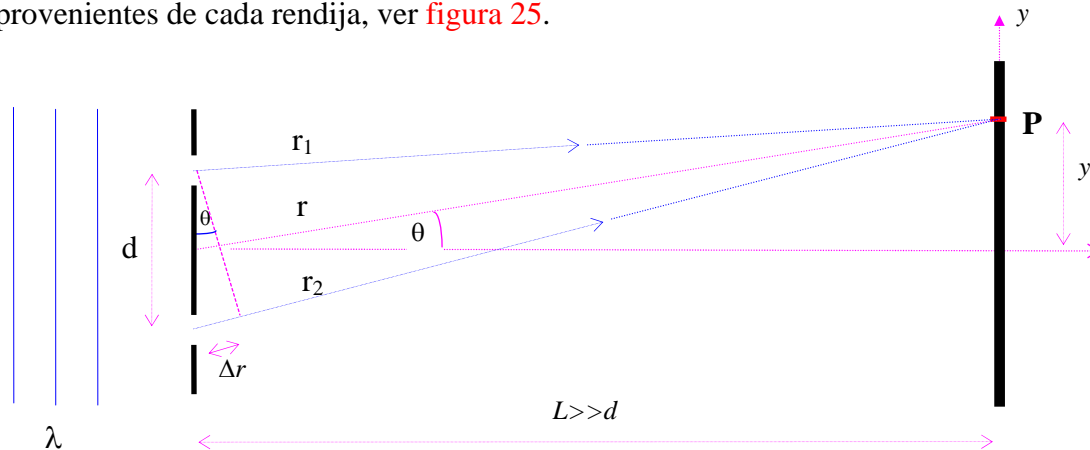
Este dispositivo, además de confirmar la naturaleza ondulatoria de la luz, permite determinar la longitud de onda, de la onda incidente, a partir de medir la ubicación de las franjas sobre la pantalla. En general a este tipo de dispositivos se los conoce con el nombre de **Interferómetros**, luego discutiremos en mayor detalle sobre su utilidad en el estudio de la estructura atómica de los elementos.

**¿Cómo puede lograr una fuente puntual en el infinito, sin utilizar el láser?, discuta.**

Ubicación de las franjas sobre una pantalla (lejana): Queremos estudiar el patrón de interferencia (franjas brillantes y oscuras) que se forma sobre una pantalla, ubicada a una gran distancia del arreglo, cuando se ilumina con una onda plana, monocromática de longitud de onda  $\lambda$ , un arreglo de dos rendijas puntuales (espesor infinitesimal), separadas entre sí una distancia  $d$  (del orden de  $\lambda$ ), como se muestra en las **figura 24**.

De acuerdo al principio de Huygens-Fresnel, podemos intuir que si las rendijas puntuales fueran de largo infinito, se comportarían como emisores de ondas “cilíndricas” (en lugar de esféricas como sucede en el caso de orificios puntuales). Claramente las rendijas no poseen una longitud infinita, pero si son lo suficientemente largas respecto de la longitud de onda  $\lambda$ , resulta buena la aproximación de considerarlas fuentes coherentes de ondas cilíndricas, siempre y cuando observemos el fenómeno de interferencia sobre una pantalla muy alejada (en el infinito).

Hallemos ahora la ubicación de las franjas. Dado un punto  $P$  cualquiera sobre la pantalla, debemos determinar la diferencia de camino recorrido por las ondas, provenientes de cada rendija, ver **figura 25**.



**Figura 25:** Experiencia de Young. Diferencia de camino recorrido por las ondas, al llegar a un punto  $P$  genérico.

En la **figura 25** se muestra un punto  $P$  genérico sobre la pantalla, que determina el punto  $P$  sobre la pantalla. Si la pantalla se halla muy lejos de las rendijas ( $L \gg d$ ), entonces, resulta una buena aproximación considerar que las rectas que unen las rendijas al punto  $P$  son paralelas. En base a esta aproximación, podemos calcular la diferencia de camino como,

$$\Delta r \cong d \text{sen}(\theta) \tag{1}$$

y el desfase  $\delta$  entre las ondas resulta,

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} \cong \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta) \quad (2)$$

Las franjas brillantes se hallan ubicadas en aquellos lugares, de la pantalla, en donde se satisface que la diferencia de camino  $\Delta r$  es un múltiplo de la longitud de onda  $\lambda$ , es decir,

$$\Delta r = m\lambda \quad \text{con} \quad m \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

A partir de 1 y 3 obtenemos la **ubicación angular de los máximos de interferencia**,

$$\sin(\theta) \cong m \frac{\lambda}{d} \quad \text{con} \quad m \in \mathbb{Z} \quad (4)$$

Por supuesto, para los máximos de interferencia, el desfase entre las ondas es un múltiplo de  $2\pi$ ,

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta) = m 2\pi \quad (5)$$

Los mínimos de interferencia se hallan ubicadas en aquellos lugares, en donde se satisface que la diferencia de camino  $\Delta r$  es un múltiplo impar de media longitud de onda  $\lambda$ , es decir,

$$\Delta r = (2m' + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{con} \quad m' \in \mathbb{Z} \quad (6)$$

A partir de 1 y 6 obtenemos la **ubicación angular de los mínimos de interferencia**,

$$\sin(\theta) \cong \left(m' + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d} \quad \text{con} \quad m' \in \mathbb{Z} \quad (7)$$

En este caso, el desfase entre las ondas es un múltiplo impar de  $\pi$ ,

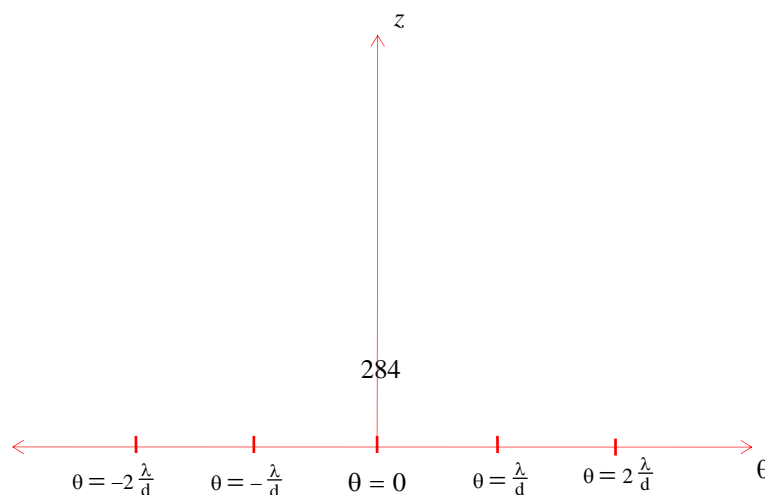
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta) = (2m' + 1)\pi \quad (8)$$

Cuando  $L \gg d$ , el ángulo  $\theta$  resulta lo suficientemente pequeño como para aproximar  $\sin(\theta) \cong \theta$ , entonces los ángulos en donde se ubican las franjas brillantes pueden aproximarse por,

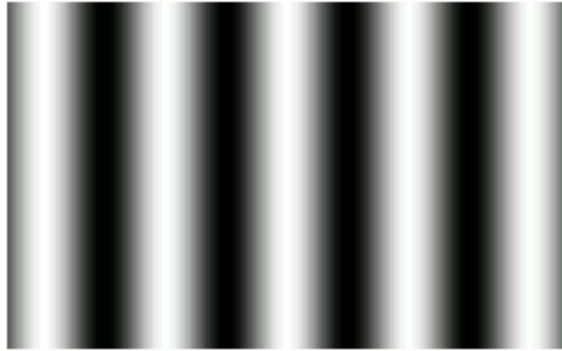
$$\theta_m \cong m \frac{\lambda}{d} \quad \text{con} \quad m \in \mathbb{Z} \quad (9)$$

El coeficiente entero  $m$  numera a las franjas, por ejemplo,  $m=0$  corresponde a la franja central ( $\theta=0$ ), llamado *orden cero*, mientras que los valores  $m=\pm 1$  corresponden a las primeras franjas, a los costados de la central, llamados *orden 1*. Dándole otros valores a la constante  $m$ , obtenemos los ordenes superiores.

En la **figura 26** se muestra, de frente, la pantalla iluminada, identificando el ángulo correspondiente y el valor del entero  $m$  que fija el llamado **número de orden de interferencia**.







**Figura 26:** Experiencia de Young. Patrón de franjas iluminadas, formadas sobre una pantalla. La central corresponde al orden cero.

El apartamiento angular entre dos franjas resulta simplemente,

$$\Delta\theta = \theta_{m+1} - \theta_m \cong \frac{\lambda}{d} \quad (10)$$

El fenómeno de interferencia puede observarse si las franjas se distinguen una de las otras, y eso ocurre si  $\Delta\theta$  es suficientemente grande. A partir de la ecuación 10 concluimos que, para que el fenómeno resulte visible, la distancia  $d$  de separación entre las rendijas debe ser del orden, o menor, que la longitud de onda,

$$d \approx \lambda \quad (11)$$

Para la luz visible ( $\lambda = 400$  a  $700\text{nm}$ ), la distancia entre rendijas debe ser del orden del micrón ( $10^{-6} \text{m}$ ).

Note que hemos hallado que la separación entre franjas es la misma para todas las franjas. Esto resulta así debido a las aproximaciones hechas, ya que como sabemos, **a.**

La posición (coordenada  $y$ ) sobre la pantalla de los diferentes ordenes, en la aproximación de ángulos pequeños, resulta (ver **figura 25**),

$$y_m = L \operatorname{tg}(\theta_m) \approx L \operatorname{sen}(\theta_m) = m \lambda \frac{L}{d} \quad (12)$$

De aquí podemos hallar la distancia que separa dos máximos, u ordenes consecutivos, simplemente restando,

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m \approx (m+1) \lambda \frac{L}{d} - m \lambda \frac{L}{d} = \lambda \frac{L}{d} \quad (13)$$

Las ecuaciones 9, 12 y 13 son conceptualmente importantes. La ecuación 13 nos dice que si queremos que las franjas estén suficientemente separadas como para apreciarlas, podemos aumentar la distancia  $L$  o disminuir la distancia entre rendijas  $d$ .

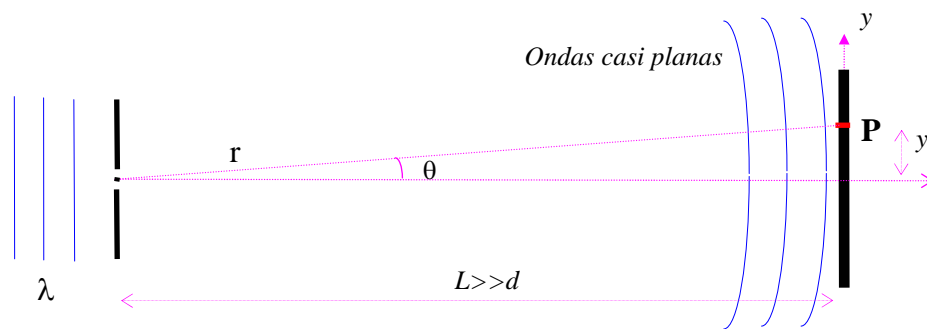
Las ecuaciones 9 y 12 nos dice algo aún más importante, que **la ubicación de los máximos de intensidad no resulta igual para los diferentes colores**. Esto resulta evidente ya que su posición sobre la pantalla es proporcional a la longitud de onda (color). Es decir que, si iluminamos las rendijas con luz coherente blanca, observamos sobre la pantalla la formación de un patrón de franjas para cada color. El centro, orden cero ( $m = 0$ ), permanece blanco ya que todos los colores tienen su orden cero en  $y = 0$ , pero ya en el orden 1 ( $m = 1$ ) comienzan a separarse. El violeta y el azul (de menor

longitud de onda) se hallan más cerca del centro, mientras que el rojo, de mayor longitud de onda, se halla más alejado (verifique).

*Comentario: La coherencia de las ondas sólo puede mantenerse siempre y cuando recorran caminos ópticos que no difieran entre sí más allá de una cierta longitud máxima, llamada longitud de coherencia.*

Intensidad de las franjas: Vamos a estudiar la intensidad total de luz que llega a cada punto  $P$  de la pantalla (patrón de máximos y mínimos). Debemos, entonces, sumar las ondas provenientes de ambas rendijas (principio de superposición).

Si la pantalla se halla lo suficientemente lejos, las ondas llegan al punto  $P$  casi planas, ver **figura 27**. Por simplicidad, supondremos que la pantalla se halla en el infinito, y por lo tanto, las funciones de onda son exactamente ondas planas y, dentro de esta aproximación, podemos considerar que todas las ondas llegan al punto  $P$  con el mismo estado de polarización, por lo cual, podemos sumarlas como escalares. Además, resulta adecuado considerar que las ondas llegan con la misma amplitud  $E_0$ , a pesar de tener una pequeña diferencia de camino recorrido.



**Figura 27:** Experiencia de Young. Si la pantalla se halla suficientemente alejada de los orificios, resulta una buena aproximación considerar que las ondas llegan, a la pantalla, planas.

Esa pequeña diferencia de camino sí resulta importante en cuanto al desfase entre las ondas, éstas llegan desfasadas en un ángulo  $\delta$ , dado por la ecuación 2, o sea,

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta)$$

Dentro de nuestra aproximación, escribimos las funciones de onda, de las ondas que llegan al punto  $P$ , proveniente de cada rendija, como

$$\begin{aligned} \text{proveniente de la rendija 1 :} & \quad E_1(r,t) = E_0 \cos(kr - \omega t), \\ \text{proveniente de la rendija 2 :} & \quad E_2(r,t) = E_0 \cos(kr - \omega t + \delta) \end{aligned} \quad (14)$$

**Debido al carácter lineal de leyes del electromagnetismo, vale el principio de superposición**, y el vector óptico total resulta igual a la suma de los vectores ópticos provenientes de cada una de las rendijas,

$$E(r,t) = E_1(r,t) + E_2(r,t) = E_0 [\cos(kr - \omega t) + \cos(kr - \omega t + \delta)] \quad (15)$$

usando la identidad trigonométrica,

$$\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) = 2 \cos\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)$$

tomando  $\theta_1 = kr - \omega t$  y  $\theta_2 = kr - \omega t + \delta$ , obtenemos,

$$E(r, t) = 2E_0 \cos\left(kr - \omega t + \frac{\delta}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (16)$$

En la [guía teórica 7](#) hemos definido intensidad luminosa como,

$$I = \langle E^2 \rangle \quad (17)$$

donde el símbolo  $\langle \rangle$  significa valor medio temporal (sobre un ciclo). Reemplazando **16** en **17**, la intensidad luminosa en el punto  $P$  analizado resulta,

$$I(\theta) = \langle E^2 \rangle = 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \left\langle \cos^2\left(kr - \omega t + \frac{\delta}{2}\right) \right\rangle = 2E_0^2 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (18)$$

donde hemos usado que  $\langle \cos^2(kz - \omega t) \rangle = \frac{1}{2}$ .

Note que le hemos dado a la intensidad una dependencia con el ángulo  $\theta$ , ya que, el desfase  $\delta$  depende del punto  $P$  considerado (ver ec. **2**).

Sabiendo que la intensidad que llega al punto  $P$  proveniente de cada onda por separado es (verifique),

$$I_0 = \frac{E_0^2}{2} \quad (19)$$

podemos escribir a la intensidad total como (ver [guía teórica 7](#) ec. **24**),

$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right) \quad (20)$$

La función Intensidad  $I(\theta)$  posee sus máximos en aquellos ángulos en donde,

$$\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = 1 \quad (21)$$

o sea, cuando se satisface,

$$\frac{\delta}{2} = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, \dots = m\pi \quad \text{con} \quad m \in Z. \quad (22)$$

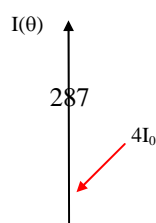
que concuerda con lo ya hallado en **5**, es decir,

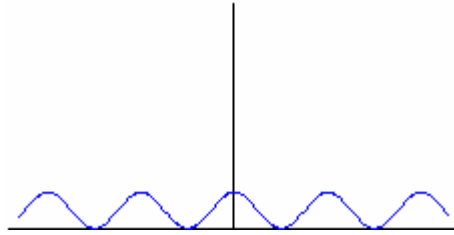
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta) = m 2\pi \quad \text{con} \quad m \in Z \quad (23)$$

De acuerdo a la ecuación **20** la intensidad varía entre los valores,

$$I_{max} = 4I_0 \quad \text{y} \quad I_{min} = 0 \quad (24)$$

En la [figura 28](#), graficamos la intensidad  $I(\theta)$  en función del  $\sin \theta \cong \theta$ , obtenida a partir de la ecuación **20** (compare con la [figura 26](#)).





**Figura 28:** Gráfico de la función  $I(\theta)$ . Máximos y mínimos de intensidad.

En la **figura 28**, observamos que todas las franjas poseen la misma intensidad, lo cual es cierto sólo dentro de nuestra aproximación ( $L \gg d \approx \lambda$ ). En el siguiente capítulo comprobaremos que cuando las rendijas no son estrictamente puntuales, la intensidad de las franjas disminuye a medida que nos alejamos de la franja central (orden cero).

**15.** Cuando se iluminan dos rendijas delgadas con luz monocromática se produce un patrón de interferencia sobre una pantalla alejada. ¿Qué relación existe entre la distancia entre las franjas del patrón de interferencia correspondiente a luz roja con la distancia correspondiente a luz azul?

**16.** Proponga distintas formas de lograr una onda plana para usar en la experiencia de Young.

**17. Recomendado.** A partir de iluminar, con luz amarilla de sodio ( $f = 5,09 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ ), una doble rendija (del tipo Young), se obtuvo un diagrama de interferencia sobre una pantalla ubicada a una distancia de 10 metros. Se observa un espaciamiento entre franjas de  $1 \text{ mm}$ .

- ¿Cuál es la distancia  $d$  entre las rendijas?
- ¿Cuál sería la separación entre franjas si utiliza el mismo sistema pero con luz violeta de potasio ( $f = 7,41 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ ). Discuta y compare con la anterior.
- Haga un gráfico de la intensidad de luz en función del ángulo  $I(\theta)$ .
- Importante.** ¿Cómo sería la intensidad  $I(\theta)$ , sobre la pantalla, si las rendijas no emitieran luz coherente entre sí?. Grafique.
- ¿Cuál sería la separación entre franjas si utiliza el mismo sistema pero con rayos X, de longitud de onda aproximada de  $1 \text{ Angstrom} = 10^{-10} \text{ m}$ . ¿Será posible ver el patrón de interferencia con este sistema?. En base a lo anterior, piense ¿por qué razón se los llama **rayos X**?
- Importante.** ¿Cómo se vería afectado el patrón de interferencia si se coloca una lámina de vidrio (índice de refracción  $n_v = 1,5$ ), de  $10 \mu\text{m}$  de espesor, delante de una de las rendijas? ¿dónde se encuentra ahora el máximo de orden cero para el caso de la luz amarilla de sodio?

Ayuda:  $I(\theta) = 4I_0 \cos^2(\delta/2)$  donde  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$  y  $f \lambda = c$ ,  $c = 300000 \text{ km / seg}$ .

**18.** Otro método alternativo, para conseguir dos fuentes coherentes cercanas, se muestra en la **figura 29**, se lo conoce con el nombre de espejo de Lloyd. La luz proveniente de la rendija interfiere con la reflejada en el espejo.

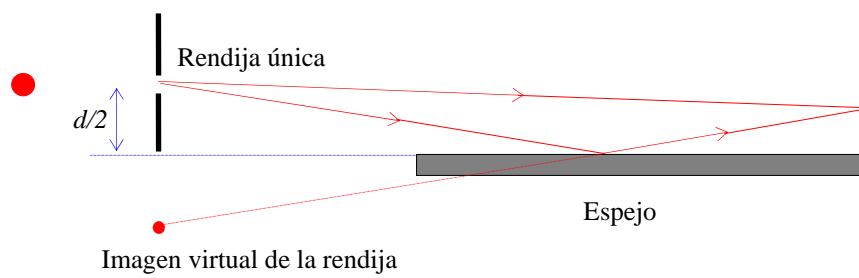


Figura 29: Interferómetro conocido con el nombre de espejo de Lloyd.

Suponiendo que se ilumina con un láser helio-neón ( $\lambda = 633nm$ ). La rendija se halla a  $0,1mm$  por encima del espejo ( $d/2 = 0,1mm$ ) y la pantalla se halla a  $10m$ . Hallar la ubicación de las franjas de interferencia. ¿La franja central es clara o oscura?. Analice posibles desfases por reflexión.

**19. Repaso.** Suponga que desea construir un dispositivo como el de Young para observar el patrón de franjas de Interferencia. Dispone de un láser helio-neón ( $\lambda = 633nm$ ).

- Proponga una distancia de separación entre rendijas adecuadas para observar el fenómeno.
- Proponga la distancia a que ubica la pantalla y calcule la ubicación y separación de las franjas.

**20.** Encuentre ejemplos de dos fuentes incoherentes entre sí y fuentes que si resultan coherentes. Justifique.

**21. Incidencia oblicua de la onda luminosa sobre las rendijas.** Suponga que la onda luminosa incide sobre las rendijas formando un ángulo  $\theta_i \neq 0$ , como indica la figura 30.

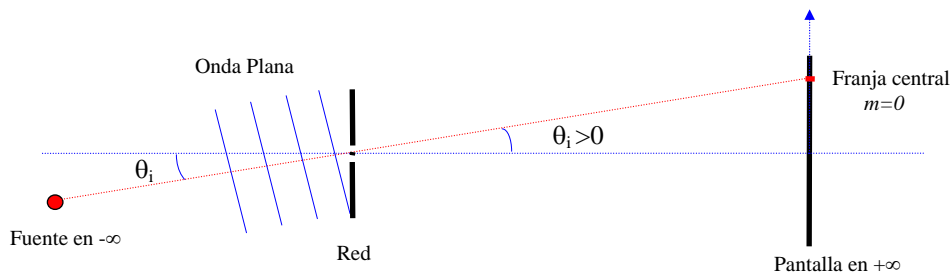


Figura 30: Interferómetro de Young. En este caso, la onda plana, incide sobre los orificios, oblicua.

Calcule el desfase inicial entre las ondas salientes de cada rendija y demuestre que los máximos de interferencia se hallan ubicados en los ángulos que satisfacen,

$$\text{sen } \theta_m = m \frac{\lambda}{d} + \text{sen } \theta_i \quad \text{con } m \in \mathbb{Z}$$

o en nuestra aproximación,

$$\theta_m \approx m \frac{\lambda}{d} + \theta_i$$

Con lo cual la franja central ( $m = 0$ ) ya no se encuentra en  $\theta = 0$  sino en  $\theta = \theta_1$ , (como se espera intuitivamente), y las franjas sólo se corren rígidamente.

*A partir de lo hallado, discuta sobre si es posible observar las franjas de interferencia si se ilumina con una fuente de luz extensa.*

**22. Actividad recomendada.** Puede fabricarse un interferómetro de Young con cartón y un pelo. Consiga un tubo de cartón (el tubo donde se enrolla el papel para cocina sirve, si es duro).

Agréguete tapas de cartón al tubo. Con una hoja de afeitar haga una rendija fina en cada tapa, trate de que sea lo más recta y pareja posible.

Una de las rendijas cumplirá la función de fuente de ondas cilíndricas (fuente en el infinito), mientras que en la otra queremos construir 2 rendijas para lograr el Young.

Para construir las dos rendijas conviene usar papel de aluminio (del que se usa para guardar alimentos). Con él queremos mejorar la calidad de la rendija construida sobre el cartón. Para ello corte dos pedazos de aluminio con bordes rectos y paralelos entre sí. Péguelos sobre una de las tapas, uno al lado del otro, de tal forma que los bordes estén separados menos de un milímetro y concuerden con la ubicación de la rendija de cartón. De esta manera logramos corregir a la rendija, de cartón, haciéndola más pequeña y de mayor calidad.

Una vez hecho esto, pegue un pelo (o un hilo muy fino) justo por el medio de la rendija, con cinta adhesiva (en los extremos). El pelo divide en dos a la rendija, consiguiendo que la distancia de separación entre ambas sea muy pequeña y permita visualizar mejor el fenómeno de interferencia (¿por qué?).

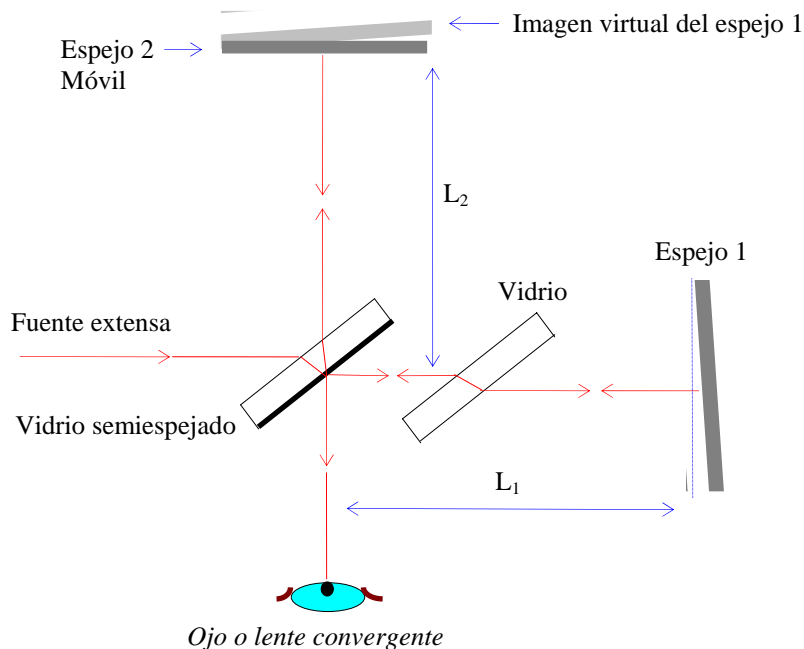
Terminado el aparato, coloque su ojo sobre la rendija que tiene el pelo y apunte hacia alguna fuente de luz, observará la formación de franjas de interferencia. Dependiendo de cuan fina sea la rendija construida observará mayor cantidad de ordenes.

*Actividad. Si tiene plata:* Hoy en día, en muchos negocios del centro de Buenos Aires, se consigue un pequeño diodo Láser del tamaño de un lápiz de labio. Su precio está entre \$5 y \$10. Está pensado para ser usado como apuntador, pero con el se pueden hacer muchas de las experiencias que estudiaremos en éste y el próximo capítulo. Si dispone de uno de ellos úselo como fuente del Young que fabricó (proyecte sobre una pantalla, ¡ojo con los ojos!).

**23. Optativo. Interferómetro de Michelson.** El interferómetro de Michelson es un dispositivo que permite medir longitudes de onda y distancias en forma muy precisa, a través de la observación de franjas de interferencia.

Se ha hecho famoso debido a que fue utilizado por Michelson y Morley en un experimento mediante el cual pretendían determinar diferencias en la velocidad de propagación de la luz relativa al movimiento de la Tierra.

En la **figura 31** se muestra un diagrama del dispositivo. Consta esencialmente de dos espejos (uno móvil), un vidrio semiespejado y un vidrio compensador del camino recorrido.



**Figura 31:** Interferómetro de Michelson.

Se ilumina con un fuente extensa, la onda incide sobre el vidrio semiespejado, parte de la onda se refleja hacia el espejo 2 (móvil), y parte se refracta en dirección del espejo 1. El segundo vidrio compensa los caminos recorridos por cada onda, ya que la onda que va hacia el espejo 2, recorre 3 veces el espesor del vidrio semiespejado en su ida y vuelta (verifique).

Las ondas al reflejarse en los espejos 1 y 2, vuelven y se superponen en el ojo del observador, interfiriendo entre sí (siempre y cuando la diferencia de camino no sea demasiado grande como para que se halla perdido la coherencia).

En la figura se ha mostrado al espejo 1 con una pequeña inclinación. También se muestra la imagen virtual del espejo 1 sobre el espejo 2 (móvil). Para el observador el sistema resulta equivalente al espejo 2 y la imagen virtual del 1, es decir, el sistema resulta equivalente a una cuña de aire determinada por el espejo 2 y la imagen del 1 (analícelo detenidamente).

Sabemos que si iluminamos con una fuente extensa una cuña se forma un patrón de franjas de interferencia equiespaciadas. Si se acerca el espejo 2 (móvil) hacia el observador, resulta equivalente a aumentar el espesor de la cuña. Este cambio en el espesor produce un desplazamiento de las franjas. Midiendo el desplazamiento resulta posible determinar precisamente la distancia que se acerca el espejo, y por ende, se puede utilizar para medir objetos en forma muy precisa.

- Analice detenidamente lo que sucede si el espejo 2 se acerca en una distancia equivalente a un cuarto de longitud de onda. Determine que sucede, en este caso, con la ubicación de las franjas. *Resp. El diagrama se desplaza en media franja, de tal forma que lo que antes era brillante ahora resulta oscuro.*
- Suponga que ilumina con luz amarilla de sodio ( $\lambda = 589\text{nm}$ ), y entre el vidrio semiespejado y el espejo 2 introduce una película de un material transparente de índice de refracción  $n = 1,33$  y espesor  $e = 10\mu\text{m}$ . A partir de calcular en cuanto se incrementa el espesor de la cuña virtual, halle cuánto se desplazan las franjas.

## **Bibliografía.**

- *Física Vol. 2*, **Tipler**. Ed. Reverté.
- *Física, Óptica Vol 2*, **D.E.Roller and R.Blum**. Ed. Reverté.
- *Óptica*, **Hecht-Zajac**. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana.
- *Curso de Física de Berkeley, Vol 3*. Ed. Reverté.
- *Física*, **Gettys, Keller, Skove**. Mc Graw Hill.
- *Física*, **M. Alonso y E.J. Finn**, Ed. Addison-Wesley Iberoamericana.
- *Física Vol 1*, **Feynman**. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana.